

Inhalt

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Einführung der Laplace-Transformation | 1 |
| 2 | Anwendung der Laplace-Transformation auf gewöhnliche Differenzialgleichungen | 13 |
| 2.1 | Häufig auftretender Typ von Differenzialgleichungen | 13 |
| 2.2 | Differenziationsregel für die Originalfunktion | 17 |
| 2.3 | Rechnen mit δ -Funktionen | 22 |
| 2.4 | Laplace-Transformation einer linearen Differenzialgleichung n-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten | 28 |
| 2.5 | Erinnerung an die Partialbruchzerlegung rationaler Funktionen | 31 |
| 2.6 | Rücktransformation der Partialbrüche mittels Integrations- und Dämpfungsregel der Laplace-Transformation | 37 |
| 2.7 | Lösung einer Differenzialgleichung 3. Ordnung | 40 |
| 2.8 | Sprungantwort einer Differenzialgleichung n-ter Ordnung bei einfachen und von Null verschiedenen Polen | 43 |
| 2.9 | Sprungantwort einer Differenzialgleichung n-ter Ordnung beim Auftreten mehrfacher Pole | 50 |
| 2.10 | Sprungantwort einer Differenzialgleichung 2. Ordnung | 51 |
| 2.11 | Faltungsregel der Laplace-Transformation | 58 |
| 2.12 | Zusammenfassung über die Lösung der Differenzialgleichung n-ter Ordnung | 65 |
| 2.13 | Grenzwertsätze der Laplace-Transformation und ihre Anwendung auf Differenzialgleichungen | 67 |
| 2.13.1 | Endwertsatz | 67 |
| 2.13.2 | Anfangswertsatz | 69 |
| 2.14 | Systeme von Differenzialgleichungen | 71 |
| 3 | Lösung von Differenzengleichungen mit der Laplace-Transformation | 77 |
| 3.1 | Auftreten und Form von Differenzengleichungen | 77 |
| 3.2 | Verschiebungsregeln der Laplace-Transformation | 80 |
| 3.3 | Lösung einer Differenzengleichung 1. Ordnung mit Vorgeschichte | 83 |
| 3.4 | Rücktransformation einer rationalen Funktion von e^{-TS} | 84 |
| 3.5 | Lösung der allgemeinen Differenzengleichung ohne Vorgeschichte | 86 |

| | | |
|----------|--|-----|
| 4 | Lösung von Differenzendifferenzialgleichungen mit der Laplace-Transformation | 93 |
| 4.1 | Auftreten von Differenzendifferenzialgleichungen: Totzeitsysteme | 93 |
| 4.2 | Bestimmung der Ausgangsgröße eines Totzeitsystems durch Laplace-Transformation | 98 |
| 5 | Zusammenstellung von Rechenregeln und Korrespondenzen der Laplace-Transformation | 103 |
| 6 | Laplace-Transformation und Übertragungsverhalten dynamischer Systeme | 109 |
| 6.1 | Allgemeiner Begriff des Übertragungsgliedes | 109 |
| 6.2 | Übertragungsfunktion | 111 |
| 6.3 | Gewichtsfunktion (Impulsantwort) | 113 |
| 6.4 | Charakterisierung der Übertragungsglieder mit $Y(s) = G(s)U(s)$ | 116 |
| 6.5 | Frequenzgang | 125 |
| 6.6 | Zwei Aspekte der Laplace-Transformation | 131 |
| 7 | Etwas Funktionentheorie | 133 |
| 7.1 | Laurententwicklung | 133 |
| 7.2 | Residuum und Residuensatz | 138 |
| 7.3 | Laurententwicklung und Partialbruchzerlegung | 143 |
| 7.4 | Zwei Beispiele zur Partialbruchentwicklung einer meromorphen Funktion | 146 |
| 8 | Komplexe Umkehrformel der Laplace-Transformation | 151 |
| 8.1 | Herleitung der komplexen Umkehrformel | 151 |
| 8.2 | Herleitung der Multiplikationsregel für Zeitfunktionen | 157 |
| 8.3 | Berechnung des Umkehrintegrals mittels des Residuensatzes | 158 |
| 8.4 | Berechnung der Originalfunktion zu $e^{-z\sqrt{s}}$ | 163 |
| 9 | Anwendung der Laplace-Transformation auf partielle Differenzialgleichungen | 171 |
| 9.1 | Prinzipielles Vorgehen | 171 |
| 9.2 | Lösung der Wärmeleitungsgleichung unter alleiniger Einwirkung der Randbedingungen | 177 |
| 9.3 | Spezialfall: Randwertproblem beim einseitig begrenzten Wärmeleiter | 180 |
| 9.4 | Eine andere Darstellung der Gewichtsfunktion | 183 |
| 9.5 | Lösung der Wärmeleitungsgleichung unter alleiniger Einwirkung der Quellenfunktion | 185 |
| 9.6 | Lösung der Wärmeleitungsgleichung unter alleiniger Einwirkung der Anfangsbedingung und allgemeine Lösung | 191 |

| | | |
|-----------|---|-----|
| 10 | Zweiseitige Laplace-Transformation und Fourier-Transformation | 193 |
| 10.1 | Zweiseitige Laplace-Transformation | 193 |
| 10.2 | Definition der Fourier-Transformation | 196 |
| 10.3 | Eigenschaften der Fourier-Transformation | 205 |
| 10.4 | Rechenregeln der Fourier-Transformation | 209 |
| 10.5 | Korrespondenzen der Fourier-Transformation | 215 |
| 10.6 | Tabellen zur Fourier-Transformation | 223 |
| 11 | Fourier-Transformation von Funktionen endlicher Breite und Abtasttheoreme | 231 |
| 11.1 | Komplexe Darstellung der Fourierreihe einer periodischen Funktion | 231 |
| 11.2 | Reihenentwicklung einer Zeitfunktion mit endlicher Bandbreite | 234 |
| 11.3 | Reihenentwicklung einer Spektraldichte zu einer Zeitfunktion von endlicher Dauer | 237 |
| 12 | Fourier-Transformation kausaler Funktionen und Hilbert-Transformation | 239 |
| 13 | z-Transformation | 247 |
| 13.1 | Definition der z-Transformation und ihr Zusammenhang mit der Laplace-Transformation | 247 |
| 13.2 | Einige Beispiele | 253 |
| 13.3 | Durchführbarkeit der z-Transformation | 256 |
| 13.4 | Dämpfungsregel und Differenzierungsregel für die Bildfunktion | 258 |
| 13.5 | Anwendung der Dämpfungsregel und der Differenzierungsregel für die Bildfunktion: z-Transformation rationaler Funktionen von s | 262 |
| 13.6 | Ein allgemeiner Zusammenhang zwischen $F(s)$ und $F_z(z)$ | 266 |
| 13.7 | Verschiebungsregeln der z-Transformation | 268 |
| 13.8 | Anwendung der Verschiebungsregeln der z-Transformation auf Differenzengleichungen für Zahlenfolgen | 270 |
| 13.9 | Rücktransformation einer rationalen Funktion $G_z(z)$ | 273 |
| 13.10 | Die Faltungsregel der z-Transformation | 276 |
| 13.11 | Grenzwertsätze der z-Transformation | 280 |
| 13.12 | Rücktransformation (Umkehrung der z-Transformation) | 282 |
| 13.13 | Anwendung der z-Transformation auf dynamische Systeme | 289 |
| 13.14 | Zusammenstellung von Rechenregeln und Korrespondenzen der z-Transformation | 299 |
| | Übungsaufgaben | 303 |
| | Lösungen der Übungsaufgaben | 327 |
| | Literaturverzeichnis | 413 |
| | Sachwörterverzeichnis | 417 |