

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Matrix-Theorie	4
2.1	Matrizen und Vektoren	4
2.2	Matrixverknüpfungen	7
2.2.1	Gleichheit und Addition	7
2.2.2	Skalare Multiplikation	7
2.2.3	Matrizenmultiplikation	8
2.2.4	Zeilen- und Spaltensumme	10
2.2.5	Vektorprodukte	10
2.2.6	Norm eines Vektors und geometrische Definition des Skalarprodukts	11
2.2.7	Orthogonale und orthonormale Vektoren	11
2.2.8	Matrixoperationen mit einer Diagonalmatrix	12
2.2.9	Rechenregeln für das Transponieren einer Matrix	13
2.2.10	Determinanten	13
2.3	Matrixinversion	15
2.3.1	Definition und Rechenregeln	15
2.3.2	Determinantenformel für die Inversion	16
2.3.3	Gauß-Jordan-Verfahren	18
2.3.4	Orthogonalmatrix und orthogonale Transformation	19
2.4	Blockmatrizen	20
2.4.1	Definition	20
2.4.2	Matrix-Inverse über Blockmatrizen	22
2.4.3	Blockdiagonalmatrix und Inverse	24
2.4.4	Determinante über Blockmatrix	24
2.4.5	Kronecker-Produkt	25
2.5	Lineare Abhängigkeit von Vektoren und Rang einer Matrix	25
2.5.1	Lineare Abhängigkeit von Vektoren	25
2.5.2	Rang einer Matrix	26
2.5.3	Reguläre und singuläre Matrix	26
2.5.4	Elementare Umformungen	27
2.6	Lineare Gleichungssysteme	28
2.7	Spur und Eigenwerte einer quadratischen Matrix	30
2.7.1	Spur einer quadratischen Matrix	30
2.7.2	Eigenwerte und Eigenvektoren	31
2.7.3	Eigenwerte und Eigenvektoren symmetrischer Matrizen	32
2.8	Quadratische Formen und definite Matrizen	33

3	Deskriptive Statistik, Häufigkeitsverteilung, Lage- und Streuungsparameter	35
3.1	Begriffe der Statistik	35
3.2	Häufigkeitsverteilung	38
3.3	Klassenbildung	40
3.4	Graphische Darstellung von Daten	42
3.5	Lageparameter	45
3.5.1	Arithmetisches Mittel	45
3.5.2	Median	46
3.5.3	Geometrisches und harmonisches Mittel	48
3.6	Streuungsparameter	50
3.6.1	Spannweite	50
3.6.2	Mittlere absolute Abweichung	50
3.6.3	Varianz und Standardabweichung	51
3.6.4	Der Freiheitsgrad	52
3.6.5	Variationskoeffizient	52
3.6.6	Schiefe und Wölbung einer Verteilung	53
3.7	Zweidimensionale Häufigkeitsverteilungen	53
4	Zufallsvariablen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen	55
4.1	Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung	55
4.2	Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen	59
4.3	Parameter einer Wahrscheinlichkeitsverteilung	61
4.3.1	Erwartungswert und Varianz	61
4.3.2	Momente	64
4.4	Mehrdimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilungen	65
4.4.1	Wahrscheinlichkeits- und Dichtefunktion mehrdimensionaler Zufallsvariablen	65
4.4.2	Randverteilungen, bedingte Verteilungen und Unabhängigkeit von Zufallsvariablen	67
4.4.3	Erwartungswerte, Kovarianzen und Korrelationen mehrdimensionaler Zufallsvariablen	70
4.5	Fortpflanzungsgesetze zufälliger und systematischer Messabweichungen	76
4.5.1	Varianz-Kovarianzfortpflanzungsgesetz	76
4.5.2	Komponenten der Genauigkeit	82
4.5.3	Fortpflanzungsgesetz für systematische Messabweichungen	82
4.5.4	Korrektionsfunktion als Maß für die Richtigkeit	85
4.6	Spezielle Wahrscheinlichkeitsverteilungen	92
4.6.1	Gleichverteilung	92
4.6.2	Binomialverteilung	94
4.6.3	Hypergeometrische Verteilung	97
4.6.4	Poisson-Verteilung	98
4.6.5	Normalverteilung	99
4.6.6	χ^2 -Verteilung (Helmert-Pearson-Verteilung)	108
4.6.7	t-Verteilung (Student-Verteilung)	110
4.6.8	F-Verteilung	111

5	Induktive Statistik	119
5.1	Stichprobenverfahren	119
5.2	Methoden der Parameterschätzung	121
5.2.1	Schätzfunktionen	121
5.2.2	Eigenschaften von Schätzfunktionen	123
5.2.3	Erwartungstreue Varianzschätzung zusammengesetzter Stichproben	125
5.2.4	Erwartungstreue Varianzschätzung bei Doppelbeobachtungen	128
5.2.5	Schätzfunktionen nach der Maximum-Likelihood-Methode	133
6	Regressionsanalyse	136
6.1	Lineares Modell	136
6.1.1	Modelldefinition	136
6.1.2	Linearisierung und Gauß-Newton-Verfahren	137
6.2	Klassisches und allgemeines lineares Regressionsmodell	139
6.2.1	Modellbeschreibung	139
6.2.2	Parameterschätzung nach der Maximum-Likelihood-Methode	142
6.2.3	Parameterschätzung nach der Methode der kleinsten Quadrate (Ausgleichsrechnung)	143
6.2.4	Zusammenfassende Darstellung aller Beobachtungen und Schätzwerte sowie deren Kovarianzmatrizen	150
6.2.5	Kovarianzmatrizen von Funktionen	152
6.3	Design- und Varianzanalyse	154
6.4	Beispiele zur linearen Regression	156
6.5	Lineares Modell mit stochastischen Regressoren	173
6.6	Regression mit „Fehlern“ in den Variablen	174
6.7	Bestimmtheitsmaß und Korrelationskoeffizient	176
6.8	Ausgleichung im Gauß-Helmert-Modell	177
6.8.1	Lösung der Ausgleichungsaufgabe	179
6.8.2	Genauigkeitsmaße und Kovarianzmatrizen	181
7	Konfidenzbereiche und Hypothesentests	189
7.1	Konfidenzintervalle und -bereiche	189
7.1.1	Konfidenzintervall für einen Erwartungswert μ	189
7.1.2	Konfidenzintervall für die Differenz zweier Erwartungswerte μ_1 und μ_2	194
7.1.3	Multivariates Konfidenzintervall für p Erwartungswerte μ	196
7.1.4	Konfidenzintervall für eine Standardabweichung σ	201
7.1.5	Konfidenzintervalle für Parameter und Erwartungswerte von Regressionsfunktionen	203
7.1.6	Punkt- und Intervallprognosen mit Regressionsfunktionen	212
7.2	Hypothesentests	213
7.2.1	Test eines Erwartungswertes μ	214
7.2.2	Test zweier Erwartungswerte μ_1 und μ_2	221
7.2.3	Multivariater Test für p Erwartungswerte μ	225
7.2.4	Test einer Varianz σ^2	226

7.2.5	Test zweier Varianzen σ_1^2 und σ_2^2	229
7.2.6	Test der Struktur einer Kovarianzmatrix	231
7.2.7	Testen von Hypothesen über Regressionsparameter	232
7.2.8	Theorie der Fehler 1. und 2. Art	239
8	Übungsbeispiele zur Regressionsanalyse (Ausgleichsrechnung)	242
8.1	Höhennetzausgleichung	242
8.2	Lagenetzausgleichung	250
8.2.1	Linearisierung der Strecken	250
8.2.2	Linearisierung der Richtungen eines Richtungssatzes	253
8.2.3	Homogenisierung der Beobachtungen	255
8.3	Überbestimmte Koordinatentransformation	261
8.4	Ausgleichung im freien Netz	269
8.5	Analyse der inneren und äußeren Netzzuverlässigkeit	281
8.5.1	Analyse der inneren Zuverlässigkeit im Netz	281
8.5.2	Analyse der äußeren Zuverlässigkeit des Netzes	284
8.5.3	Interpretation von Ausgleichungsergebnissen	284
8.6	Praktische Vorgehensweise bei der Ausgleichung	291
8.6.1	Freie Netzausgleichung	291
8.6.2	Prüfen der Anschlusspunkte / Festpunkte	292
8.6.3	Ausgleichung mit festen Anschlusspunkten / Zwangsanschluss	293
8.6.4	Ausgleichung unter Zwangsanschluss durch überbestimmte Transformation	294
8.7	Ein tachymetrisches Ausgleichungsprogramm	294
	Literaturverzeichnis	304
	Verzeichnis der Beispiele	308
	Abbildungsverzeichnis	312
	Stichwortverzeichnis	314