

## 2 Erdungen und Erder

### 2.1 Berechnungsgrundlagen

Ein Erder dient zur Ableitung des Stroms in das Erdreich über ein in das Erdreich eingebettetes oder auf dem Erdreich liegendes Metallteil.

*Definition:*

Ein Erder ist ein leitfähiges Teil oder mehrere leitfähige Teile, die in gutem Kontakt mit der Erde sind und mit dieser eine leitende Verbindung bilden (DIN VDE 0100 Teil 200 Abschnitt 2.4.2).

Zu Betrachtung der physikalischen Vorgänge beim Eintritt des Stroms in das Erdreich wird fast immer davon ausgegangen, daß das Erdreich homogenen Aufbau hat, also keine unterschiedlich leitenden Schichten vorliegen. Dies hat zur Folge, daß sich der Strom im Erdreich nach allen Richtungen gleichförmig ausbreitet, wenn eine entsprechende Form des Erders vorliegt.

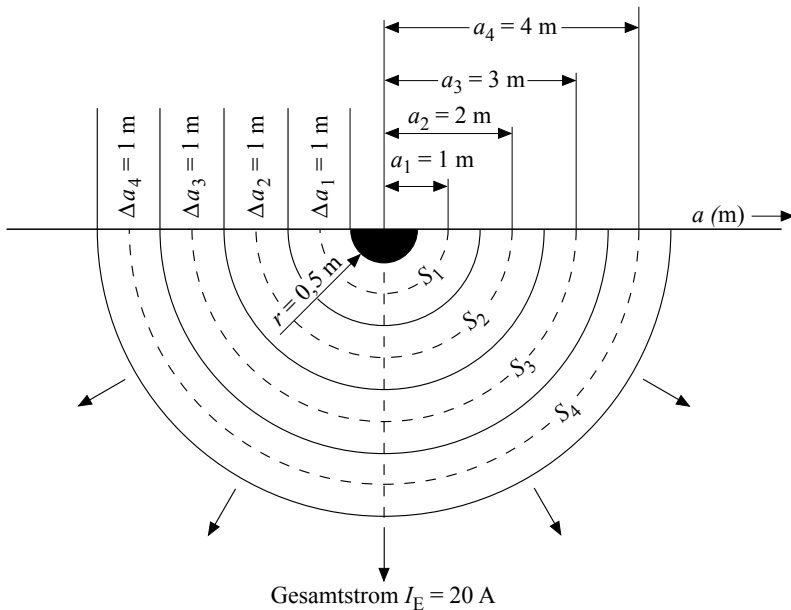
Die Stromverteilung kann am besten an einem Halbkugelerder erläutert werden, wenn der Halbkugelerder so in das Erdreich eingebettet ist, daß sich die gesamte Halbkugelfläche im Erdreich befindet. Da sich der Strom im homogenen Erdreich gleichförmig, also radialsymmetrisch nach allen Richtungen ausbreitet, hat der Strom zunächst einen relativ kleinen Querschnitt zur Verfügung. Mit wachsender Entfernung vom Erder steht dem Strom dann ein immer größer werdender Querschnitt zur Verfügung, was bedeutet, daß der Widerstand einer gedachten Halbschale des Erdreichs mit der Stärke  $\Delta a$  immer kleiner wird. Der Gegenerder wird dabei in unendlicher Entfernung angenommen.

Stark vereinfacht sollen in **Bild 2.1** diese Zusammenhänge gezeigt werden.

Ausgehend von dem Halbkugelerder  $r = 0,5$  m werden gleichförmige Halbschalen mit der Dicke  $\Delta a = 1$  m um den Erder gelegt. Wird für jede dieser Halbschalen die Fläche in der Mitte der Schalenstärke bestimmt, so zeigt sich, daß die erste Schale um den Halbkugelerder einen Querschnitt von  $S_1 = 6,28$  m<sup>2</sup> hat.

Bei einem spezifischen Erdwiderstand von  $\rho_E = 100$   $\Omega$ m ergibt sich ein Widerstand  $R_1 = 15,924$   $\Omega$  für die Halbschale mit der Dicke  $\Delta a$ . Die vierte Halbschale hat dagegen bereits die Werte  $S_4 = 100,53$  m<sup>2</sup> und  $R_4 = 0,99$   $\Omega$ . Bei einem angenommenen Strom von  $I_E = 20$  A, der in das Erdreich fließt, ergibt sich an der ersten Halbschale ein Spannungsfall von  $U_1 = I_E \cdot R_1 = 20$  A  $\cdot$  15,924  $\Omega = 318,48$  V und bei der vierten Halbschale von  $U_4 = 19,9$  V.

Die Schrittspannung ist die Spannung, die ein Mensch oder ein Tier im Potentialfeld eines vom Strom durchflossenen Erders überbrückt. Dabei ist der jeweilige Standort, also die Entfernung zum Erder und die Stellung der Füße, von entscheidender Bedeutung.



**Bild 2.1** Stromausbreitung bei einem Halbkugelerder. Für Element  $S_2$  gilt:

$$S_2 = 2\pi \cdot a^2 = 2\pi \cdot 2^2 \text{ m}^2 = 25,13 \text{ m}^2,$$

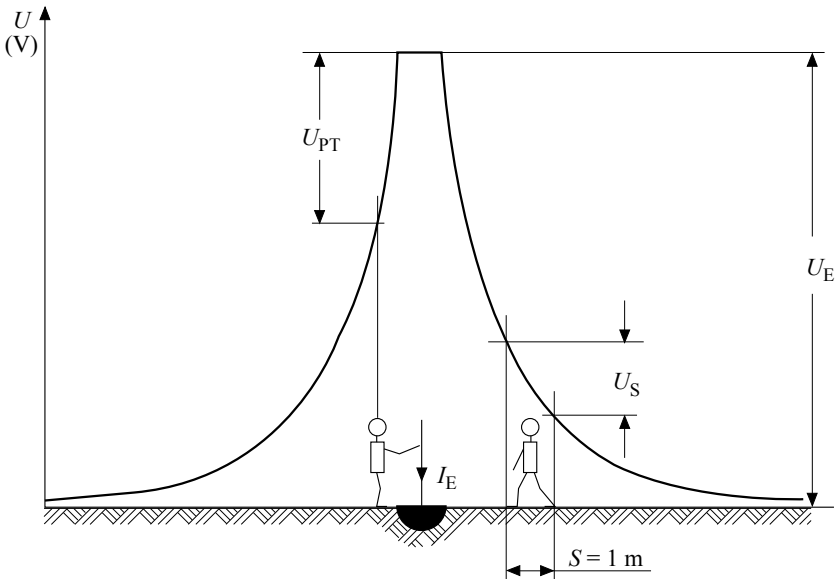
$$R_2 = \frac{\rho \cdot \Delta a_2}{S_2} = \frac{100 \text{ } \Omega\text{m} \cdot 1 \text{ m}}{25,13 \text{ m}^2} = 3,979 \text{ } \Omega,$$

$$U_2 = I_E \cdot R_2 = 20 \text{ A} \cdot 3,979 \text{ } \Omega = 79,58 \text{ V}.$$

*Definition:*

Schrittspannung  $U_S$  ist der Teil der Erderspannung, der vom Menschen mit einem Schritt von 1 m Länge überbrückt werden kann, wobei der Stromweg über den menschlichen Körper von Fuß zu Fuß verläuft (DIN VDE 0141 Abschnitt 2.6.4).

Während für Menschen eine Schrittweite von  $S = 1 \text{ m}$  festgelegt ist, wurden für Großtiere (Rinder, Pferde, Schweine usw.) keine Festlegungen getroffen. Es ist aber sicherlich richtig, bei Großtieren mit  $S = 2 \text{ m}$  zu rechnen. In **Bild 2.2** ist die Schrittspannung für einen Halbkugelerder gezeigt, wobei angenommen wurde, daß der Mensch oder das Tier in Richtung des Erdmittelpunkts steht, also die an seinem Standort maximale Spannung überbrückt.



**Bild 2.2** Darstellung von Erder-Schritt- und Berührungsspannung

$U_E$  Erderspannung

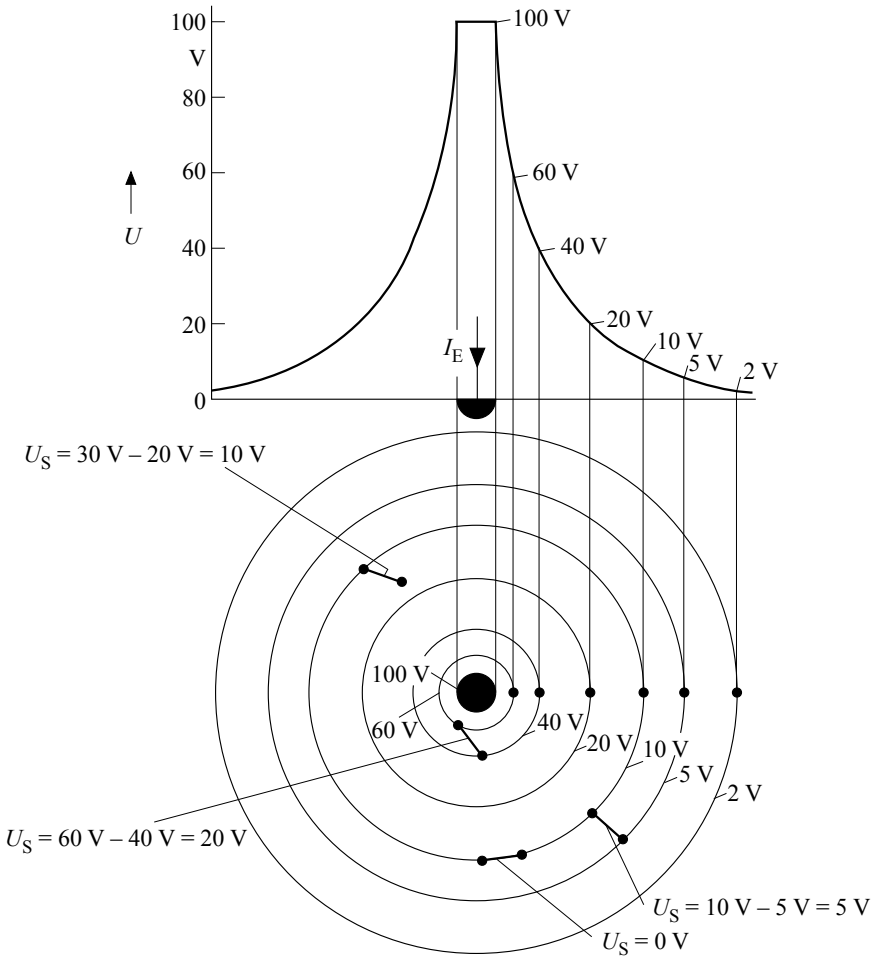
$U_{PT}$  prospektive Berührungsspannung

$U_S$  Schrittspannung

Steht der Mensch oder das Tier quer zum Erdmittelpunkt, dann wird keine Spannung überbrückt. Dies wird erkennbar, wenn der Potentialverlauf um einen Erder in Form von Äquipotentiallinien (Linien gleicher Spannung an der Erdoberfläche) dargestellt wird. **Bild 2.3** zeigt die Zusammenhänge.

Wenn ein Mensch oder ein Tier einen Erder berührt, der unter Spannung steht, dann wird der Mensch oder das Tier einen Teil der am Erder anliegenden Spannung zu seinem Standort überbrücken. Siehe hierzu Bild 2.2.

Dabei gilt weiter, daß der waagrechte Abstand der Füße zum berührbaren Teil etwa 1 m beträgt. Die prospektive Berührungsspannung an einem Erder kann durch besondere Formgebung oder Verlegung des Erders beeinflusst werden. Erder, die zur Beeinflussung der prospektiven Berührungsspannung eingebracht sind, heißen Steuererder. Siehe hierzu Bild 2.2.



**Bild 2.3** Potentialverlauf und Äquipotentiallinien an einem Erder

*Definition:*

Steuererder ist ein Erder, der nach Form und Anordnung mehr zur Potentialsteuerung als zu Einhaltung eines bestimmten Ausbreitungswiderstands dient (DIN VDE 0100 Teil 200, Abschnitt A.5.6).

In den nachfolgenden Abschnitten werden die theoretischen Grundlagen behandelt für:

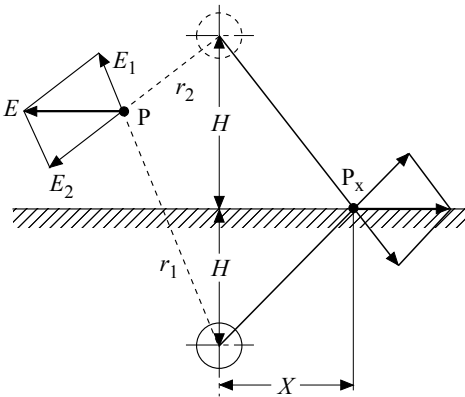
- Halbkugelerder,
- Kugelerder,
- Tiefenerder (Staberder),
- Oberflächenerder (Banderder, Seilerder).

In der Praxis kommen Halbkugelerder und Kugelerder praktisch nicht vor. Sie werden jedoch trotzdem erläutert, da anhand dieser Erder die Theorie gut zu erklären ist.

Obwohl in der Praxis, besonders bei der Planung, und bei der Berechnung des Ausbreitungswiderstands eines Erders eine übertriebene Genauigkeit nicht üblich und auch nicht notwendig ist, weil der spezifische Erdwiderstand in großen Bereichen schwanken kann (vergleiche Abschnitt 1.2), sollen genaue Berechnungsmethoden angegeben werden. Es dürfte auch sehr selten vorkommen, daß Stab- oder Bänderder ausschließlich in homogenem Erdreich verlegt werden. Die nachfolgenden Ableitungen für das Potential  $\varphi$  und den Ausbreitungswiderstand  $R_E$  sind deshalb nur theoretischer Natur und dürften in der dargestellten Form nur sehr selten vorkommen. Trotzdem wird die Theorie von Erdern dieser Art behandelt, damit die Zusammenhänge von Theorie und Praxis besser erkennbar werden.

Liegt inhomogen aufgebautes Erdreich vor, was für Oberflächenerder nicht sehr häufig ist und hauptsächlich bei Tiefenerdern vorkommt, so wird die Berechnung sehr schwierig und umfangreich. Neben der Kenntnis des genauen Schichtaufbaus muß auch der jeweilige spezifische Erdwiderstand der Schicht bekannt sein.

Bei der Ableitung des Potentials eines Erders wird normalerweise mit der Methode der Spiegelung gearbeitet, die es möglich macht, auch komplizierte elektrische Felder zu berechnen. Dabei wird zunächst angenommen, daß die Quelle des elektrischen Felds an einer Achse gespiegelt wird, die bei Erdern in der Regel an die Erd-



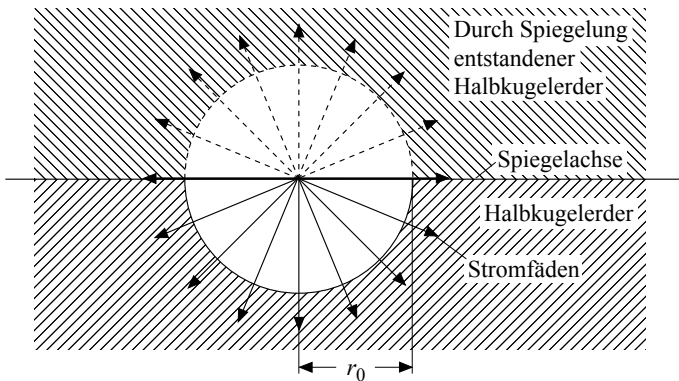
**Bild 2.4** Berechnung des Feldes eines Kugelerders

oberfläche gelegt wird. Auf jeden Punkt des Raums wirken dann zwei Einzelpotentiale ein, die sich so überlagern, daß sie addiert werden können (Überlagerungssatz) (siehe **Bild 2.4**).

### 2.1.1 Halbkugelerder

Der Halbkugelerder stellt die mathematisch einfachste Form zur Ableitung des Potentialverlaufs und des Ausbreitungswiderstands eines Erders dar. Das Denkmodell, daß ein im Erdreich eingegrabener Halbkugelerder an der Erdoberfläche als Achse gespiegelt wird, ergibt einen Kugelerder, der in einem allseitig gleichförmigen Erdreich vorhanden wäre. Wird dieser Kugelerder mit einer Hüllfläche abgeschlossen, die in unendlicher Entfernung den Kugelerder umgibt und als Gegenerder dient, so ist klar, daß der Strom sich gleichförmig nach allen Richtungen im gesamten zur Verfügung stehenden Raum ausbreitet, siehe hierzu **Bild 2.5**. Da sich die einzeln gedachten Stromlinien (Stromfäden) an keinem Punkt der Anordnung schneiden, ist es nicht erforderlich, den Überlagerungssatz anzuwenden, d. h., die obere, durch die Spiegelung entstandene Halbkugel kann gedanklich wieder entfernt werden. Unter der Annahme, daß von dem Halbkugelerder ein Strom  $I$  strahlenförmig in das Erdreich übergeht, steht dem Strom in einer beliebigen Entfernung  $x$  vom Kugelmittelpunkt der Querschnitt  $S = 2 \pi x^2$  zur Verfügung. Mit dem spezifischen Widerstand  $\rho_E$  des Erdreichs ist dann das Potentialgefälle in einer gedachten Kugelschale mit der unendlich kleinen Stärke  $dx$ :

$$d\varphi = I \cdot \frac{\rho_E \cdot dx}{2 \pi \cdot x^2} \tag{2.1}$$



**Bild 2.5** Halbkugelerder im Erdreich und seine Spiegelung an der Erdoberfläche

Eine gedachte Halbkugel in unendlicher Entfernung um den Halbkugelerder hat naturgemäß das Potential Null ( $\varphi_\infty = 0$ ), und das Potential eines Punkts in der Entfernung  $r$  vom Kugelmittelpunkt ergibt sich zu:

$$\varphi = I \cdot \frac{\rho_E}{2\pi} \cdot \int_{\infty}^r \frac{dx}{x^2} = I \cdot \frac{\rho_E}{4\pi} \cdot \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{\infty} \right) = I \cdot \frac{\rho_E}{\pi \cdot r}. \quad (2.2)$$

Mit dem Radius  $r_0$  des Halbkugelerders ergibt sich dann das Potential  $\varphi_0$  an der Übergangsfläche vom Halbkugelerder zur Erde zu:

$$\varphi_0 = I \cdot \frac{\rho_E}{2\pi \cdot r_0}. \quad (2.3)$$

Der Widerstand  $R_E = \varphi_0/I$  des Halbkugelerders mit  $r$  als Radius und  $d$  als Durchmesser der Halbkugel ist dann:

$$R_E = \frac{\rho_E}{2\pi \cdot r} = \frac{\rho_E}{\pi \cdot d}. \quad (2.4)$$

*Beispiel:*

Ein Gittermast hat ein Blockfundament, das näherungsweise als Halbkugelerder betrachtet werden kann. Der spezifische Erdwiderstand  $\rho_E$  des Erdreichs beträgt  $140 \Omega\text{m}$ . Bei einem Ersatzdurchmesser von  $r = 1,1 \text{ m}$  für den Halbkugelerder soll der Ausbreitungswiderstand abgeschätzt werden.

*Lösung:*

Der Ausbreitungswiderstand des gedachten Halbkugelerders beträgt nach Gl. (2.4):

$$R_E = \frac{\rho_E}{2\pi \cdot r} = \frac{140 \Omega\text{m}}{2 \cdot \pi \cdot 1,1 \text{ m}} = 20,26 \Omega.$$

Der Potentialverlauf bei einem Erder mit  $r_0 = 0,5 \text{ m}$  soll bei einem spezifischen Erdwiderstand  $\rho_E = 150 \Omega\text{m}$  gezeigt werden. Die Spannung am Erder soll  $U_E = 100 \text{ V}$  betragen. Die Auswertung der Gln. (2.3) und (2.4) ergeben die in **Bild 2.6** dargestellte Potentialkurve.

*Anmerkung:*

Durch die Wahl der Erderspannung mit  $U_E = 100 \text{ V}$  gibt die Potentialkurve auch die prozentuale Spannungsverteilung wieder (60 V bedeuten auch 60 % einer beliebigen, anderen Spannung für  $U_E$ ).