3 Konventioneller Reglerentwurf im Frequenzbereich

Die Methoden der konventionellen Regelungstechnik beschränken sich im Allgemeinen auf lineare und zeitinvariante Systeme, weshalb man auch von linearer Regelungstechnik spricht. Bei diesem weitverbreiteten Regelverfahren müssen die physikalischen Gesetzmäßigkeiten eines dynamischen Systems möglichst exakt durch gewöhnliche Gleichungen und Differenzialgleichungen beschrieben werden. Die Gleichungssysteme werden dann mithilfe der Laplace-Transformation vom Zeitbereich in den komplexen Bereich (Frequenzbereich) überführt, wo sich mit entsprechenden Hilfsmitteln Aussagen über die Stabilität und Dynamik des betrachteten Systems machen lassen. Hierfür verwendet man entweder das Frequenzkennlinienverfahren oder das Wurzelortskurvenverfahren. Beide Verfahren sind gleichwertig bezüglich ihrer Aussagekraft. Aus den Laplace-Transformierten Systemgleichungen lässt sich ein anschauliches Strukturbild ableiten, wobei die Funktionsbausteine eines technischen Systems den elementaren Übertragungsgliedern des Strukturbilds entsprechen. Man wählt dabei immer diejenigen Systemvariablen zu Eingangsgrößen eines Übertragungsglieds, die den Charakter einer Steuergröße haben. Aus der Fülle der linearen Übertragungsglieder treten am häufigsten die rationalen Übertragungsglieder, die Totzeitglieder und die Abtastglieder in Regelkreisen auf. Solche linearen Übertragungsglieder erfüllen sowohl das Überlagerungsprinzip als auch das Verstärkungsprinzip [19]. Der Entwurf der entsprechenden Regeleinrichtungen kann im Strukturbild dargestellt und mit dem Frequenzkennlinienverfahren durchgeführt werden. Die gewonnenen Aussagen über die Reglerparameter gelten streng genommen nur für kontinuierliche (analoge) Regelsysteme, lassen sich aber unter gewissen Umständen auch auf quasikontinuierliche (digitale) Regelsysteme übertragen (vgl. Kapitel 3.4.5.2). Nichtlineare und zeitvariante Systeme können mit diesen konventionellen Entwurfsverfahren nicht behandelt werden, außer der betreffende Prozess lässt sich um einen Arbeitspunkt linearisieren und zeitabhängige Einflüsse können adaptiv nachgeführt werden.

3.1 Zustandsgleichungen und Laplace-Transformation

Um die Methoden der linearen Regelungstechnik in den Vordergrund zu stellen, soll zunächst die komplette Regelstruktur für einen einfachen Gleichstromantrieb entwickelt werden. Die Erkenntnisse lassen sich dann auf andere Anwendungsfälle, wie die Vektorregelung in Drehstromantrieben, Positionsregelungen, Temperaturregelungen oder Gleichlaufregelungen, problemlos übertragen. Das vereinfachte Schaltbild einer fremderregten Gleichstrommaschine, die aus einem netzgeführten Stromrichter gespeist wird, ist in **Bild 3.1** dargestellt. Der Stromrichter wandelt die Wechselspannung des Netzes in eine Gleichspannung um, deren arithmetischer Mittelwert (U_d) kontinuierlich über die Steuergröße (u) verstellt werden kann; dabei soll stationäre Proportionalität ($U_d = k_{SR}\, u$) vorausgesetzt werden [30]. Dies bedingt aber ein dreidimensionales Kennlinienglied, da netzgeführte Stromrichter im Lückbetrieb extreme Nichtlinearitäten aufweisen (vgl. Kapitel 5.1.1.1). Netzgeführte Stromrichter lassen sich dynamisch mit einem Totzeitverhalten gemäß Gl. (2.15) beschreiben. Sämtliche ohmschen Widerstände des Gleichstromkreises sind in einem Ersatzwiderstand (R) und sämtliche Induktivitäten in einer Ersatzinduktivität (L) zusammengefasst; wobei im einfachsten Fall nur der Ankerwiderstand und die Ankerinduktivität vorhanden sind. Die Gleichstrommaschine wandelt die elektrische Leistung ($U_i\, I_d$) in mechanische Leistung ($M_a\, \Omega$) an der Welle um. Charakteristische Größen für die Beschreibung der anzutreibenden Arbeitsmaschine sind das Widerstandsmoment (M_W), das als sogenanntes Lastmoment an der Welle angreift, und das Massenträgheitsmoment (J). Im Interesse einfacher Zusammenhänge sollen starre Kupplungen angenommen werden, sodass keine Elastizitätsschwingungen (Torsion) an der Welle zu berücksichtigen sind. Des Weiteren sollen Reibungseinflüsse vernachlässigbar sein. Nach Bild 3.1 folgt für einen solchen Antrieb das Gleichungssystem:

$$U_d = k_{SR} \cdot u(t - T_t) \qquad \text{Stromrichter} \qquad (3.1)$$

$$U_d = R\, I_d + L\, \frac{dI_d}{dt} + U_i \qquad \text{Anker}$$

$$U_i = \Psi\, \Omega$$

$$M_a = \Psi\, I_d \qquad \text{Elektromechanik}$$

$$M_b = M_a - M_W = J\, \frac{d\Omega}{dt} \qquad \text{Bewegung}$$

Im nächsten Schritt setzt man die elektromechanischen Gleichungen in die Ankerspannungsgleichung und die Bewegungsgleichung ein und unterwirft dieses Gleichungssystem einer sogenannten Laplace-Transformation [31]. Diese

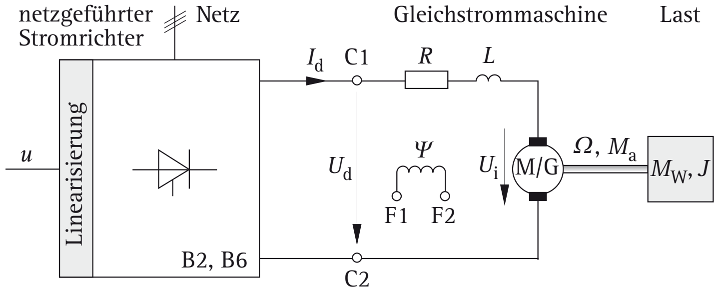

Bild 3.1 Stromrichtergespeiste Gleichstrommaschine

Theorie wird in der Mathematik in erster Linie zum formalisierten Lösen von Differenzialgleichungen benutzt. Mit ihr lassen sich homogene und inhomogene Differenzialgleichungssysteme wie lineare algebraische Gleichungen behandeln. Für die Laplace-Transformation eines Differenzialquotienten vom Zeitbereich (Originalbereich) in den Frequenzbereich (Bildbereich) gilt die Korrespondenz:

$$\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t} = \dot{f}(t) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad s\,F(s) - f(0)\,. \tag{3.2}$$

Bei Stabilitätsbetrachtungen technischer Systeme sowie beim Entwurf von Regelkreisen sind nur dynamische Vorgänge von Interesse, weshalb die Anfangsbedingungen, auch Vorgeschichte oder Startwerte genannt, in der Regelungstechnik unberücksichtigt bleiben dürfen. Das heißt, eine Änderung des Zustands von null auf 50 % ist regelungstechnisch dasselbe wie eine Änderung von 50 % auf 100 %. Somit darf der Anfangswert $f(0)$ in Gl. (3.2) unberücksichtigt bleiben und es ergibt sich für die Regelungstechnik die einfache Korrespondenz einer zeitlichen Ableitung zu:

$$\dot{f}(t) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad s\,F(s)\,. \tag{3.3}$$

Es sei noch einmal ausdrücklich darauf hingewiesen, dass diese Vereinfachung bei der Lösung von Differenzialgleichungen nicht zulässig ist. Selbstverständlich gibt es nicht nur für die Ableitung nach der Zeit, sondern für alle elementaren Zeitfunktionen die entsprechenden Korrespondenzen. Die wichtigsten Korrespondenzen werden im Folgenden dem Bedarf entsprechend aufgeführt. So wird für viele regelungstechnischen Anwendungen noch die Laplace-Transformation für das Totzeitverhalten benötigt. Für das Totzeitglied gilt die Korrespondenz:

$$u(t - T_t) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad \mathrm{e}^{-T_t\,s}\,u(s)\,. \tag{3.4}$$

Die Sprungfunktion mit Einheitssprung (σ) ist für Betrachtungen zum Störverhalten und Führungsverhalten wichtig und hat die Laplace-Transformierte:

$$u(t) = U_0\,\sigma(t) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad \frac{U_0}{s}\,. \tag{3.5}$$

Wendet man diese Korrespondenzen auf das vorliegende Antriebsystem nach Gl. (3.1) an, so erhält man im Frequenzbereich die Abbildungsgleichungen:

$$\begin{aligned}
&U_\mathrm{d}(s) = k_\mathrm{SR}\,\mathrm{e}^{-T_\mathrm{t}\,s}\,u(s) && \text{Stromrichter}\\
&I_\mathrm{d}(s) = \frac{k_\mathrm{a}}{1+s\,T_\mathrm{a}}\left\{U_\mathrm{d}(s) - \Psi\,\Omega(s)\right\} && \text{Maschine}\\
&\Omega(s) = \frac{1}{s\,J}\left\{\Psi\,I_\mathrm{d}(s) - M_\mathrm{W}(s)\right\} && \text{Mechanik}
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Die Größe $s = \delta + \mathrm{j}\omega$ ist eine veränderliche komplexe Zahl und wird als Laplace-Variable oder Laplace-Operator bezeichnet. Auch ist in der Literatur der Buchstabe p statt s für diese Größe gebräuchlich. Damit sind aus den Originalfunktionen nach Gl. (3.1) die Bildfunktionen des stromrichtergespeisten Gleichstromantriebs abgeleitet. Diese können direkt für die Herleitung eines Strukturbilds benutzt werden. Doch zuvor soll noch zur Vereinfachung das Totzeitverhalten des Stromrichters durch ein Verzögerungsverhalten erster Ordnung angenähert werden:

$$\mathrm{e}^{-T_\mathrm{t}\,s} = \frac{1}{1 + s\,T_\mathrm{t} + \dfrac{s^2\,T_\mathrm{t}^2}{2!} + \dfrac{s^3\,T_\mathrm{t}^3}{3!} + \ldots} \approx \frac{1}{1+s\,T_\mathrm{t}}\,. \tag{3.7}$$

Diese Näherung kann immer dann vorteilhaft eingesetzt werden, wenn die Totzeit im Verhältnis zu den anderen Zeitkonstanten des Systems klein ist und deutlich unter dem Wert von einer Sekunde liegt. Nach Gl. (3.6) ist der stromrichtergespeiste Gleichstromantrieb im regelungstechnischen Sinne ein System dritter Ordnung, das mithilfe von Gl. (3.7) endgültig lautet:

$$\begin{aligned}
&U_\mathrm{d}(s) = \frac{k_\mathrm{SR}}{1+s\,T_\mathrm{t}}\,u(s),\\
&I_\mathrm{d}(s) = \frac{k_\mathrm{a}}{1+s\,T_\mathrm{a}}\left\{U_\mathrm{d}(s) - \Psi\,\Omega(s)\right\},\\
&\Omega(s) = \frac{1}{s\,J}\left\{\Psi\,I_\mathrm{d}(s) - M_\mathrm{W}(s)\right\}.
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Als dynamische Elemente sind zwei Verzögerungsglieder erster Ordnung (VZ1), manchmal auch PT1-Glieder genannt, und ein einfaches Integrierglied (I) enthalten, die zur besseren Veranschaulichung in einem regelungstechnischen Strukturbild dargestellt werden können.

3.2 Regelungstechnisches Strukturbild

Das Strukturbild, auch Blockschaltbild genannt, für einen stromrichtergespeisten Gleichstromantrieb zeigt **Bild 3.2**, wobei man zunächst einmal vollkommen frei ist in der Wahl der Ausgangsgröße. Betrachtet man die Kreisdrehzahl ($\Omega = 2\pi n$) als Ausgangsgröße, so kann die Struktur nach Bild 3.2a direkt aus Gl. (3.8) abgeleitet werden. Üblicherweise werden dabei die Sprungantwort in die betreffenden Kästchen der elementaren Übertragungsglieder eingezeichnet und die charakte-

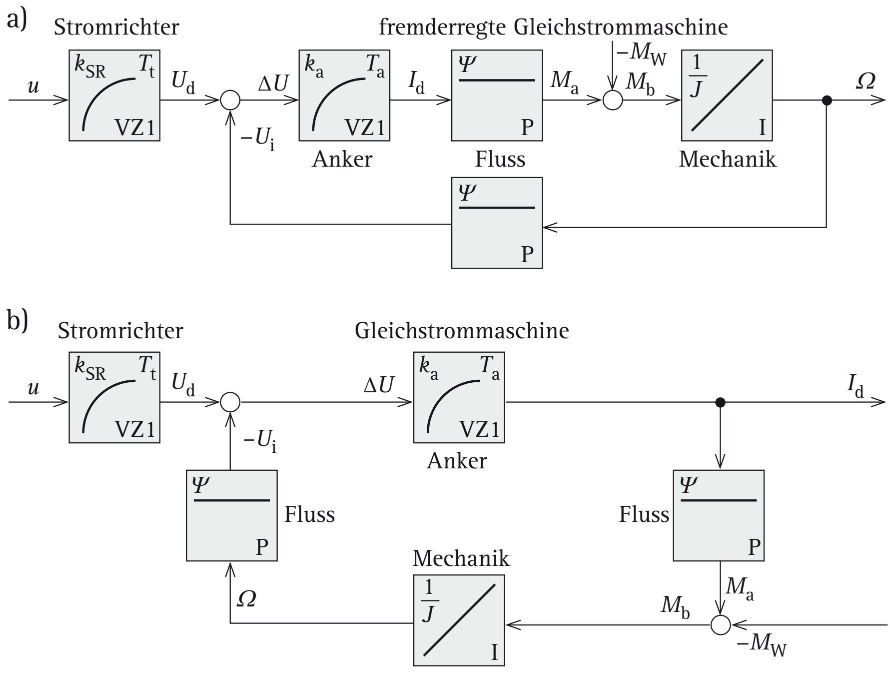

Bild 3.2 Strukturbild einer stromrichtergespeisten Gleichstrommaschine
a) Drehzahl als Ausgangsgröße,
b) Ankerstrom als Ausgangsgröße

ristischen Parameter am oberen Rand angegeben. Auch ist es gebräuchlich, die Übertragungsfunktionen selbst in die Funktionsblöcke einzutragen. Typisch für Gleichstrommaschinen ist die EMK-Schleife; darunter versteht man die Gegenkopplung der induzierten Spannung (U_i), die man früher auch als elektromotorische Kraft (EMK) bezeichnet hat. Die Dynamik des Ankerstroms (I_d) hängt von der Spannungsdifferenz (ΔU) sowie der Proportionalverstärkung ($k_a = 1/R$) und der Ankerzeitkonstanten ($T_a = L/R$) des Verzögerungsglieds erster Ordnung ab. Der konstante Fluss (Ψ) der fremderregten Gleichstrommaschine wird durch je ein Proportionalglied im Vorwärtszweig und Rückkopplungszweig berücksichtigt. Die Differenz zwischen dem inneren Maschinendrehmoment (M_a) und dem Widerstandsmoment (M_W) der Last entspricht dem Beschleunigungsmoment (M_b) und greift integral in die Drehzahl ein. Der Stromrichter ist ebenfalls durch ein Verzögerungsglied erster Ordnung mit der Proportionalverstärkung (k_{SR}) und der Zeitkonstanten (T_t) berücksichtigt. Durch Umzeichnen gemäß Bild 3.2b lässt sich auch der Ankerstrom als Ausgangsgröße definieren. Diese Darstellungsform ist beim Entwurf eines Drehzahlbeobachters besonders praktisch (vgl. Kapitel 5.1.2.1). Strukturbilder geben aber nicht nur in anschaulicher Form die physikalischen Gegebenheiten eines dynamischen Systems wieder, sie können auch direkt auf dem Analog- oder Digitalrechner für Simulationszwecke benutzt werden.

3.3 Übertragungsfunktionen und Stabilität

Die Übertragungsfunktion eines dynamischen Systems kann immer aus dem Strukturbild abgelesen werden und umgekehrt. Sie ist das mathematische Gegenstück zum Strukturbild und beschreibt das Verhältnis zweier beliebiger Systemgrößen zueinander. Übertragungsfunktionen geben Auskunft sowohl über die Dynamik als auch die Stabilität eines dynamischen Systems. Wichtige Übertragungsfunktionen sind die Führungsübertragungsfunktion und die Störübertragungsfunktion. Bei mehreren Übertragungsgliedern erhält man die resultierende Übertragungsfunktion durch Multiplikation der einzelnen elementaren Übertragungsfunktionen. Liegt außerdem, wie im Falle der Gleichstrommaschine oder wie bei geschlossenen Regelkreisen, eine Rückkopplung vor, so muss die Gesamtübertragungsfunktion $F(s)$ nach **Bild 3.3** aus den Übertragungsgliedern im Vorwärtszweig $G(s)$ und im Rückwärtszweig $H(s)$ gebildet werden:

$$F(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{G(s)}{1 \underset{(-)}{+} G(s)\,H(s)}\,. \tag{3.9}$$

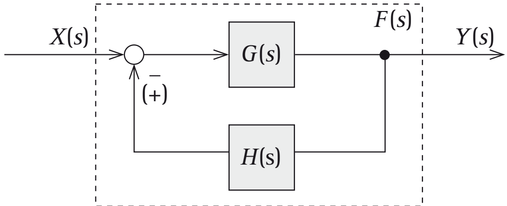

Bild 3.3 Dynamische Systeme mit Rückkopplung

Dabei ist $G(s)$ die Übertragungsfunktion zwischen dem Eingang und Ausgang der Strecke und $H(s)$ die Übertragungsfunktion der Rückkopplung. Diese kann eine Mitkopplung oder eine Gegenkopplung sein. Für die Mitkopplung gilt das positive Vorzeichen in Bild 3.3 und das negative in Gl. (3.9). Die Gegenkopplung erkennt man am negativen Vorzeichen im Strukturbild und am positiven Vorzeichen in der Übertragungsfunktion. Resultierende Übertragungsfunktionen werden häufig in Polynomform angeschrieben, damit sie formalisierten, regelungstechnischen Verfahren, z. B. allgemeinen Stabilitätsbetrachtungen, unterzogen werden können. Für ein System dritter Ordnung bedeutet dies:

$$F(s) = \frac{b_2\, s^2 + b_1\, s + b_0}{s^3 + a_2\, s^2 + a_1\, s + a_0}\,. \tag{3.10}$$

Das Nennerpolynom bezeichnet man als die charakteristische Gleichung der Übertragungsfunktion und a_0, a_1, a_2 als die Koeffizienten der charakteristischen Gleichung. In technischen Systemen ist die höchste Potenz des Nennerpolynoms (Nennergrad) immer größer als der Zählergrad. Diese Koeffizienten sind für die Beurteilung dynamischer Systeme von großer Wichtigkeit und finden sich auch bei modernen Verfahren im Zustandsraum wieder (vgl. Kapitel 4.1). Zur Beurteilung des dynamischen Verhaltens benutzt man in der linearen Regelungstechnik zum einen die Führungsübertragungsfunktionen und zum anderen die Störübertragungsfunktionen.

3.3.1 Führungsverhalten

Betrachtet man das dynamische Verhalten eines technischen Systems in Hinsicht auf Änderungen der Führungsgröße, so bleibt die Störgröße unberücksichtigt; in der Regel wird die Störgröße null gesetzt ($M_W = 0$). Am Beispiel der Regelstrecke nach Bild 3.2 entspricht die Führungsgröße der Steuergröße (u) am Stromrichtereingang.