

## 6 Verfahren zur Messung von Widerständen/ Impedanzen in elektrischen Anlagen und an Geräten

Bearbeitet von *Manfred Grapentin*

### 6.1 Arten und Eigenschaften von elektrischen Widerständen

Der elektrische Widerstand (Impedanz) eines Leiters, einer Anlage oder Schaltung wird in der Dimension Ohm ( $\Omega$ ) gemessen. Den physikalischen Zusammenhang zwischen Spannung, Strom und Widerstand beschreibt in einfachster Form das ohmsche Gesetz

$$R = \frac{U}{I}, \quad \text{ohmsches Gesetz.} \quad (6.1)$$

Fließt ein Strom über einen Widerstand, so erzeugt er daran einen Spannungsfall

$$U_V = R \cdot I, \quad \text{Spannungsfall.} \quad (6.2)$$

Der Widerstand einer elektrischen Anlage, eines Betriebsmittels oder einer Schaltung ist ein komplexes Gebilde. Er setzt sich zusammen aus einem Gleichstromwiderstand und einem Wechselstromwiderstand, wobei der Wechselstromwiderstand vom Charakter her induktiv oder kapazitiv sein kann.

Der Gleichstromwiderstand wird langläufig auch Wirkwiderstand  $R$  genannt. Der Gleichstromwiderstand  $R$  ist ein reiner ohmscher Widerstand, dessen Größe allein von den Leitfähigkeit des Leitermaterials und von seinen geometrischen Abmessungen des Leiters, wie Querschnitt und Länge, abhängig ist, Gl. (6.3). Fließt über den Leiterwiderstand ein Gleich- oder Wechselstrom, so ist der Spannungsfall ein Abbild des Stroms. Strom und Spannung sind phasengleich, d. h., zwischen Strom und dem Spannungsfall am Gleichstromwiderstand entsteht keine Phasenverschiebung. In der Fachsprache wird der Gleichstrom- oder Wirkwiderstand unter dem Begriff „Resistanz“  $R$  geführt.

Der Wechselstromwiderstand wird allgemein als Blindwiderstand bezeichnet. In der Fachsprache ist das die „Reaktanz“  $X$ . Physikalisch und praktisch gibt es zwei Arten von Blindwiderständen. Wir haben einerseits den induktiven Blindwiderstand  $X_L$ , wenn der Widerstand eine Induktivität  $L$  ist. Andererseits haben wir den kapazitiven

Blindwiderstand  $X_C$ , wenn der Widerstand eine Kapazität  $C$  ist. Beide,  $X_L$  und  $X_C$ , sind frequenzabhängig und haben entgegengesetzte Vorzeichen. Die Frequenzabhängigkeit der beiden ist ein Grund dafür, warum der Blindwiderstand auch Wechselstromwiderstand genannt wird.

Wirk- und Blindwiderstände einer elektrischen Schaltung ergeben zusammen den Gesamtwiderstand  $Z$ . Der Gesamtwiderstand  $Z$  läuft in der Fachsprache unter dem Begriff der „Impedanz“. Den Zusammenhang zwischen den Komponenten einer Impedanz beschreiben die nachstehenden Gln. (6.3) bis (6.10). Darin kommen gewisse Frequenzabhängigkeiten und unterschiedliche Phasenlagen zum Ausdruck

$$R = \frac{l}{\kappa \cdot A}, \quad \text{Resistanz (Gleichstromwiderstand),} \quad (6.3)$$

$$X_L = \omega L = 2\pi \cdot f \cdot L, \quad \text{induktiver Widerstand,} \quad (6.4)$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}, \quad \text{kapazitiver Widerstand,} \quad (6.5)$$

$$X = j\omega L - j\frac{1}{\omega C}, \quad \text{Reaktanz (Wechselstromwiderstand),} \quad (6.6)$$

$$Z = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}, \quad \text{Impedanz (Gesamtwiderstand),} \quad (6.7)$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad \text{Betrag der Impedanz,} \quad (6.8)$$

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z}, \quad \text{Phasenverschiebungswinkel,} \quad (6.9)$$

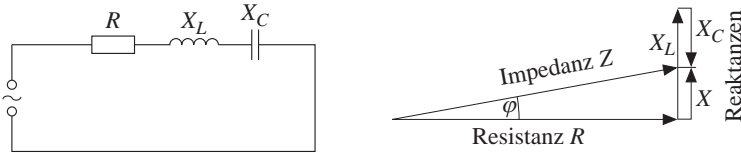
$$\sin\varphi = \frac{X}{Z}, \quad \text{Phasenverschiebungswinkel,} \quad (6.10)$$

$R$	Resistanz, Wirkwiderstand,	$X_L$	induktiver Widerstand,
$l$	Länge einer Leitung,	$X_C$	kapazitiver Widerstand,
$\kappa$	elektrische Leitfähigkeit einer Leitung <sup>59</sup> ,	$Z$	Impedanz (Gesamtwiderstand),
$A$	Querschnitt des Leiters einer Leitung,	$f$	Frequenz der Spannung,
$\omega$	Kreisfrequenz,	$\varphi$	Phasenverschiebungswinkel.

Die beiden Blindwiderstände, der induktive Blindwiderstand  $X_L$  und der kapazitive Blindwiderstand  $X_C$ , haben, wie Gl. (6.6) zeigt, entgegengesetzte Wirkungsrichtungen. Die Zeiger der beiden Reaktanzen sind also um  $180^\circ$  gegeneinander verschoben. In der Gesamtschaltung werden die Beträge von  $X_L$  und  $X_C$  voneinander subtrahiert und ergeben so die Reaktanz  $X$ . Die Resistenz  $R$  und die Reaktanz  $X$  stehen rechtwinklig zueinander und bilden in der geometrischen Summe die Impedanz  $Z$ , siehe

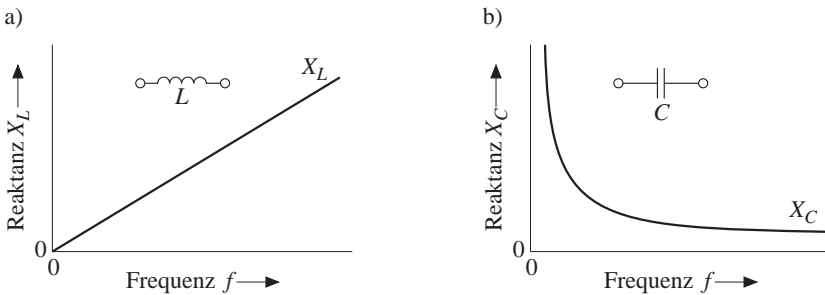
<sup>59</sup> Gemäß DIN 1304-1 auch  $\gamma$  oder  $\rho$  zulässig.

Gl. (6.7). Aus der geometrischen Summe von Resistanz  $R$  und Reaktanz  $X$  ergibt sich letztlich auch der Phasenwinkel  $\phi$  zwischen der Resistanz und Impedanz. Das Zeigerdiagramm der Widerstände einer gemischten Schaltung aus  $R$ ,  $X_L$  und  $X_C$  zeigt das **Bild 6.1**. Für den Fall, dass induktiver und kapazitiver Blindwiderstand gleich groß sind, wird die Impedanz allein von der Größe der Resistanz bestimmt, und der Phasenwinkel geht auf null zurück.



**Bild 6.1** Zeigerdiagramm der Impedanz und deren Komponenten einer gemischten Schaltung bzw. einer elektrischen Anlage

Die Größen der induktiven und der kapazitiven Blindwiderstände sind frequenzabhängig. Den Zusammenhang mit der Frequenz  $f$  zeigen die Gln. (6.4) und (6.5). Der induktive Blindwiderstand  $X_L$  wächst kontinuierlich mit der Frequenz  $f$  der Netzspannung. Der Betrag des Widerstands ist gleich null, wenn eine reine Induktivität  $L$  mit Gleichspannung ( $f = 0$ ) betrieben wird. Die Frequenzabhängigkeit des kapazitiven Blindwiderstands  $X_C$  verhält sich entgegengesetzt. Der Betrag des kapazitiven Widerstands sinkt mit der Frequenz  $f$  der Betriebsspannung. Bei sehr hohen Frequenzen geht der Betrag des Widerstands gegen null und bei sehr niedrigen Frequenzen gegen sehr hohe Werte.



**Bild 6.2** Die Reaktanzen von Induktivitäten und Kapazitäten in Abhängigkeit von der Frequenz der angelegten Spannung (Ortskurven)

a) Reaktanz  $X_L$  einer Induktivität  $L$ ,

b) Reaktanz  $X_C$  einer Kapazität  $C$

Soweit die Grenzbetrachtungen bei den Reaktanzen. Den Zusammenhang zwischen dem Widerstandswert einer Reaktanz  $X$  und der Netzfrequenz zeigt **Bild 6.2**. Durch

die Frequenzabhängigkeit der Reaktanzen  $X$  ist auch die Größe der Impedanz  $Z$  abhängig von der Netzfrequenz.

Die Impedanz  $Z$  einer Leitung, Anlage oder einer Schaltung ist also abhängig von der Größe des Wirkwiderstands und den darin enthaltenen Induktivitäten und Kapazitäten. Betrachtet man z. B. eine elektrische Leitung einer elektrischen Anlage, so hat diese, abhängig von ihren Materialeigenschaften, einen Wirkwiderstand (Resistanz  $R$ ). Die elektrische Leitung selbst besitzt aber auch eine Induktivität  $L$  und damit einen induktiven Blindwiderstand  $X_L$ . Die Induktivität  $L$  einer Leitung wird von der Länge des Leiters und, im Gegensatz zum ohmschen Widerstand der Leitung, von der Leiteroberfläche und nicht vom Leitungsquerschnitt bestimmt. Eine einfache Leitung besitzt aber auch eine Kapazität  $C$  und damit einen kapazitiven Blindwiderstand  $X_C$ . Die Kapazität  $C$  der Leitung (Leitungskapazität  $C_L$ ) ergibt sich einerseits aus der Fläche des Leiters, die von dessen Durchmesser  $d$  und Länge  $l$  gebildet wird, und andererseits aus dem Abstand zu benachbarten spannungsführenden Leitungen. Aus dem Abstand eines Leiters zu geerdeten Flächen ergibt sich letztlich eine Leiter–Erde-Kapazität  $C_E$ . Die Summe von  $X_L$  und  $X_C$  ergibt die Reaktanz  $X$  (Blindwiderstand) einer Leitung. Bezieht man die Resistanz  $R$  (Wirkwiderstand) mit ein, so erhält man letztlich die Impedanz  $Z$  der Leitung.

Bei den übrigen Betriebsmitteln einer elektrischen Anlage dominieren je nach Charakter mal der ohmsche, mal der induktive und mal der kapazitive Widerstand. So ist z. B. unser Drehstrommotor in erster Linie eine Induktivität. Dagegen dominiert bei einem langem Erdkabel der kapazitive Blindwiderstand  $X_C$ , der einerseits als Leitungskapazität  $C_L$  und andererseits als Leiter–Erde-Kapazität  $C_E$  wirkt. Den größten kapazitiven Widerstand  $X_C$  stellt in elektrischen Anlagen die Blindstromkompensation. Schauen wir jedoch auf einen mit Heizwiderständen betriebenen Heizofen, so ist dieser für das Netz vorrangig ein Wirkwiderstand  $R$  (ohmscher Widerstand).

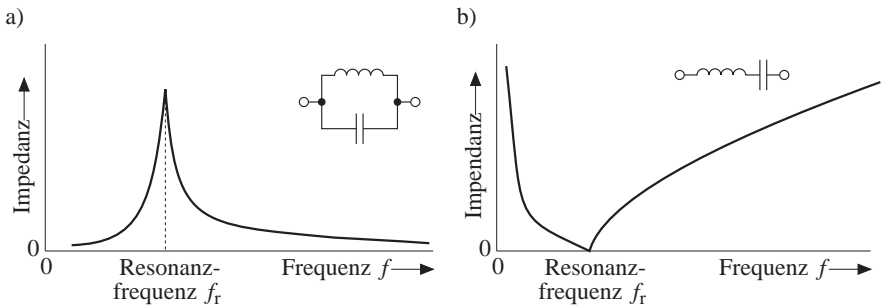
Das Phänomen der Frequenzabhängigkeit von Impedanz und Reaktanz einer elektrischen Anlage, einer Leitung oder eines Betriebsmittels muss der Prüfer bei der Bewertung seiner Prüfergebnisse beachten. Das gilt insbesondere dann, wenn höherfrequente Ströme, wie Oberschwingungen, Blitzströme usw., eine Rolle spielen oder wenn durch Netzrückwirkungen die Netzspannung größere höherfrequente Frequenzanteile führt.

Die Frequenzabhängigkeit der Impedanzen birgt die Gefahr von Resonanzen in sich. Solche Resonanzen können in gemischten Parallel- oder Reihenschaltungen von Induktivitäten  $X_L$  und Kapazitäten  $X_C$  auftreten. Dabei ist die Resonanzfrequenz  $f_r$  einer Reihen- oder Parallelschaltung diejenige Frequenz  $f$ , bei der in der Schaltung die Beträge der induktiven und der kapazitiven Widerstände gleich groß sind und sich aufgrund ihrer unterschiedlichen Vorzeichen aufheben. Die Resonanzfrequenz  $f_r$  ergibt sich mathematisch aus Gl. (6.11)

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}}. \quad (6.11)$$

Die Frequenzabhängigkeit der Netzimpedanzen bei Reihen- und Parallelschaltungen zeigt **Bild 6.3**. Die Impedanz einer Reihenschaltung aus reinen induktiven und kapazitiven Widerständen ohne Wirkwiderstände geht bei der Resonanzfrequenz  $f_r$  theoretisch gegen null. In der Parallelschaltung von induktiven und kapazitiven Widerständen haben wir den umgekehrten Fall. Die Impedanz erreicht bei der Resonanzfrequenz  $f_r$  sehr hohe Werte. Da es in der Praxis keine reinen Induktivitäten und keine reinen Kapazitäten gibt, werden im Resonanzfall die Extremwerte in beiden Schaltungen durch den endlichen Wirkwiderstand begrenzt.

Im Resonanzfall können in der Reihenschaltung an den Komponenten der Schaltung sehr hohe Teilspannungen entstehen und in der Parallelschaltung in den parallelen Pfaden sehr hohe Teilströme fließen. Diese Teilspannungen bzw. Teilströme können Schäden an den elektrischen Betriebsmitteln oder Netzurückwirkungen in unverträglicher Größenordnung verursachen.



**Bild 6.3** Impedanz einer Reihen- und Parallelschaltung von induktiven und kapazitiven Widerständen in Abhängigkeit von der Frequenz

- a) Impedanz einer Parallelschaltung von induktivem und kapazitivem Widerstand.
- b) Impedanz einer Reihenschaltung von induktivem und kapazitivem Widerstand.

Enthält die Versorgungsspannung oder der Laststrom diskrete Frequenzen, z. B. Oberschwingungsbestandteile von diesen, die im Bereich der Resonanzfrequenz  $f_r$  liegen, kommt es in der Reihen- oder Parallelschaltung zu den zuvor beschriebenen Resonanzen. Die dabei entstehenden Überspannungen oder hohen Teilströme können an den Anlagen oder an Betriebsmitteln erhebliche Schäden verursachen. Typisch ist das Versagen der Isolation mit der Folge von Kurzschlüssen durch Überspannungen. Es können aber auch Überlastungen mit der Folge von Übererwärmung an Betriebsmitteln entstehen.