

# 1. Einleitung

In dieser Arbeit wird ein Konzept präsentiert, das moderne Methoden der mathematischen Modellreduktion für lineare und nichtlineare Systeme mit einem eigens entwickelten Verfahren zur Beschreibung hierarchischer Systemstrukturen verknüpft. Der Zweck dieses Konzeptes ist es, die numerische Simulation transienter Vorgänge dynamischer Systeme effizient, d. h. mit vertretbarem Zeitaufwand zu simulieren.

Zunächst wird in Abschnitt 1.1 am Beispiel von Elektroenergiesystemen (EES) begründet, weswegen die transiente Simulation großer gekoppelter dynamischer Systeme ein unabdingbarer Teil einer detaillierten Systemanalyse ist und weswegen die Simulationseffizienz hierbei eine besondere Bedeutung hat. Um diesem Bedarf gerecht werden zu können, ist die Entwicklung unterschiedlichster Methoden und Konzepte zur Steigerung der Recheneffizienz derzeit ein aktiver Gegenstand der Forschung. Abschnitt 1.2 gibt einen Überblick zu den bekannten Entwicklungen, die eine zu dieser Arbeit ähnliche Zielsetzung verfolgen. Bezugnehmend darauf benennt Abschnitt 1.3 die wesentlichen Ziele des vorgestellten Konzepts mit Bezug zum bisherigen Stand der Technik. Bedingt durch das komplexe Zusammenwirken etlicher Einflüsse, die die letztendliche Simulationseffizienz mit beeinflussen, ist eine klare Abgrenzung zu tangierenden Themengebieten angezeigt. Diese ist in Abschnitt 1.4 angegeben bevor der strukturelle Aufbau der vorliegenden Arbeit in Abschnitt 1.5 knapp umrissen wird.

## 1.1. Notwendigkeit transienter Simulationen am Beispiel von Elektroenergiesystemen

Große technische Systeme mit einer Vielzahl gekoppelter Teilsysteme sind ein integraler Bestandteil sämtlicher Ingenieursdisziplinen. Elektroenergiesysteme als prominente Vertreter dieser Systemklasse liefern das der vorliegenden Arbeit zu Grunde gelegte Anwendungsbeispiel. Darin stellen die einzelnen Betriebsmittel des EES wie Generatoren, Transformatoren, Lasten und Leitungen die in einer vernetzten Struktur miteinander verbundenen Teilsysteme dar. Für die Planung und den Betrieb von EES mit mehreren hundert oder tausend Betriebsmitteln – eine Anzahl, die bei der Betrachtung großer Verbundnetze wie dem der ENTSO-E (Verband Europäischer Übertragungsnetzbetreiber, [197]) schnell erreicht wird – verbleibt die rechnergestützte Simulation als einziges Mittel, die sich ergebenden Fragestellungen quantitativ klären zu können.

Probleme des stationären, ungestörten Betriebs lassen sich mittels etablierter Methoden der Leistungsflussberechnung (vgl. z. B. [134, Kap. 4]) effizient lösen. Auch gibt es für spezielle Fragen zu Fehlerzuständen wie Kurz- und Erdschlüssen spezialisierte Berech-

nungsverfahren, die auf Basis genormter stationärer Näherungsberechnungen auf verhältnismäßig einfachem Wege zuverlässige und praxistaugliche Ergebnisse liefern [37], [134, Kap. 5].

Sollen hingegen die tatsächlichen Zeitverläufe von Strömen, Spannungen und weiteren interessierenden Größen im EES zur detaillierten Analyse von Ausgleichsvorgängen und dynamischen Wechselwirkungen zwischen den gekoppelten Betriebsmitteln berechnet werden, so ist eine transiente Simulation unerlässlich. Hieraus resultiert die Aufgabe, ein System von im Allgemeinen nichtlinearen differential-algebraischen Gleichungen (DAE) mit einem geeigneten Löser numerisch für diskrete Zeitpunkte zu integrieren. Der Zeitaufwand für eine derartige Simulation ist verglichen mit den zuvor erwähnten stationären Berechnungen bedeutend größer, was die Behandlung großer Netze mit genauen Betriebsmittelmodellen erschwert oder gar unmöglich macht. Verschärft wird dies, wenn Simulationsreihen mit einer Vielzahl einzelner transienter Simulationen nötig sind, wie dies beispielsweise für Parameterstudien der Fall ist.

Bedingt durch den Wandel der EES weg von wenigen großen zentralen Kraftwerken hin zu vielen dezentralen Einspeisungen kleinerer Leistung aus regenerativen Energieerzeugern wie Windenergie- oder Photovoltaikanlagen steigt jedoch der Bedarf an effizient gewinnbaren Einblicken in dynamische Vorgänge und Wechselwirkungen weiter an.

## 1.2. Bekannte Ansätze zur Steigerung der Recheneffizienz

Um eine Effizienzsteigerung bei der Simulation hochdimensionaler linearer und nichtlinearer dynamischer Systeme zu erzielen, bedient sich das vorgeschlagene Simulationskonzept zum einen der mathematischen Modellreduktion für hochdimensionale lineare und nichtlineare dynamische Systeme und kombiniert diese zum anderen mit einem eigens entwickelten Formalismus zur Behandlung hierarchischer Kopplungsstrukturen von Teilsystemen. Auf beiden Teilgebieten existieren umfangreiche Vorarbeiten aus der Systemtheorie und der angewandten Mathematik. Im folgenden werden diese anhand ausgewählter Arbeiten umrissen. Etwaige Probleme insbesondere in der Anwendung auf den gewählten Untersuchungsgegenstand großer hierarchisch gekoppelter Systeme werden dabei herausgearbeitet.

### 1.2.1. Ordnungsreduktion

Einen sehr anwendungsnahen Ansatz zur Reduktion eines komplexen Modells stellt die empirische Modellreduktion dar. Hierbei werden unter Anwendung eines spezifischen und tiefgreifenden Systemwissens einzelne Aspekte des zu modellierenden Systems in die mathematische Modellbeschreibung aufgenommen oder zugunsten einer einfacheren Beschreibung gezielt vernachlässigt. An den zahlreichen in der Literatur vorgestellten Modellen für Synchronmaschinen wird dieses empirische Vorgehen klar. Eine ausführliche vergleichende Darstellung hierzu findet sich bei Milano [124, Kap. 15.1, S. 325 ff.],

wobei ein Grundwellenmodell achter Ordnung nach Sauer und Pai [172] sukzessive durch Vernachlässigung einzelner Effekte abgerüstet wird bis hin zu einer rein mechanischen Pendelgleichung zweiter Ordnung, die oftmals bei der Untersuchung der transienten Stabilität Verwendung findet [189]. Auch wenn die empirische Modellreduktion in der Praxis eine bedeutende Stellung einnimmt, so weist diese einige Nachteile auf. Bei steigender Komplexität der zu modellierenden Betriebsmittel wird die Identifikation und Nachbildung dominanter Effekte selbst für erfahrene Ingenieure zunehmend schwieriger und zeitaufwändiger. Dies wird beispielsweise deutlich an der großen Zahl neuerer Veröffentlichungen zur Modellierung von Windenergieanlagen mitsamt ihrer leistungselektronischen Komponenten und darin enthaltener Regler [89]. Ein weiteres potentielles Problem ergibt sich, wenn empirisch reduzierte Modelle als Teilsystem eines gekoppelten Gesamtsystems eingesetzt werden. Effekte, die erst aus der Kopplung heraus entstehen, können bei einer ungünstigen Reduktion falsch oder überhaupt nicht abgebildet werden.

Ähnlich verhält es sich bei der sogenannten Modellaggregation als Reduktionsmethode, bei der mehrere gleichartige gekoppelte Betriebsmittel für eine Simulation im größeren Gesamtsystem zu einem einzigen Betriebsmittel zusammengefasst werden. Auch hier stellt die korrekte Abbildung etwaiger Kopplungseffekte zwischen den aggregierten Teilsystemen eine wesentliche Schwierigkeit dar. Etliche in der Literatur dokumentierte Ansätze, ganze Windparks durch einzelne Ersatzwindenergieanlagen für Netzintegrationsstudien anzunähern, können als Beleg dafür angesehen werden; vgl. u. a. [25], [52], [129].

Eine Alternative zu den empirischen Ansätzen der Modellreduktion stellen die mathematischen Ordnungsreduktionsmethoden dar. Bei diesen wird versucht, die eigentliche Reduktion anhand mathematisch fassbarer Systemeigenschaften durchzuführen. Zwar bestehen auch bei mathematischen Ordnungsreduktionsmethoden weiterhin Freiheitsgrade in Form von nicht eindeutig festgelegten Reduktionsparametern. Verglichen mit rein empirischen Ansätzen reduziert sich die Anzahl zu beherrschender Freiheitsgrade deutlich.

Die mit den Arbeiten von Davison [32] und Marshall [113] beginnende Entwicklung eigenwertbasierter Methoden zur Reduktion linearer zeitinvarianter Systeme setzte sich fort bis hin zu einem Satz gut erforschter und in breiter Anwendung befindlicher Ordnungsreduktionsmethoden. Einen Überblick, auch zu moderneren Verfahren wie dem sogenannten balancierten Abschneiden nach Moore [130] und den Krylov-Unterraummethoden nach Grimme [64], geben die Lehrbücher [3], [72] sowie zahlreiche Übersichtsartikel wie u. a. [4], [6], [10], [53], [88], [191], [192], [193]. Sämtliche Verfahren haben gemein, dass das ursprüngliche System hoher Ordnung per linearer Zustandstransformation in ein Koordinatensystem überführt wird, welches die Identifikation der für das Eingangs-Ausgangs-Verhalten wichtigsten Zustände ermöglicht und eine Reduktion auf diese zulässt. Als negativ anzumerkende Konsequenzen dieses Vorgehens ist zum einen zu nennen, dass die Zustandsgrößen des reduzierten Systems ihre physikalische Bedeutung verlieren, was aber in den meisten Anwendungsfällen kein wesentliches Problem darstellt. Zum anderen gehen im Allgemeinen spezielle Matrix-Eigenschaften des Originalsystems, wie beispielsweise eine Blockstruktur oder eine spärliche Besetztheit durch die Reduktion verloren, was dazu führen kann, dass der erzielte Rechenzeitgewinn weniger deutlich ausfällt, als es die reduzierte Systemordnung vermuten ließe.

Sollen nichtlineare dynamische Systeme in ihrer Ordnung reduziert werden, treten im Vergleich zur Reduktion linearer Systeme besondere Herausforderungen zu Tage. Dies hat im Wesentlichen zwei Gründe. Zum einen gelten wichtige Konzepte der linearen Systemtheorie wie die Existenz und Interpretierbarkeit von Eigenwerten oder global gültige Maße für die Steuer- und Beobachtbarkeit von Systemzuständen im Allgemeinen nicht für nichtlineare Systeme. Zum anderen lässt sich eine hochdimensionale nichtlineare Funktion nicht ohne Weiteres in einen niedrigdimensionalen Raum projizieren. Diesen Widrigkeiten zum Trotz finden sich in der Literatur zahlreiche Ansätze, um dennoch ggf. mit Einschränkungen reduzierte Modelle von nichtlinearen Systemen auf mathematischem Weg erzeugen zu können. Die Übersichtsarbeiten [10], [41], [50], [122], [131] und [181] vermitteln einen detaillierten Eindruck von den verfügbaren Ansätzen. Einer dieser Ansätze ist die auf den Arbeiten von Rewiński [159], [160], [161] basierende Methode der stückweisen Linearisierung um die Trajektorie (TPWL, engl. trajectory piecewise-linear). Den Ausführungen in [181] folgend, ist diese Methode nach dem derzeitigen Stand der Technik eine gute Kompromisslösung, um die genannten grundsätzlichen Probleme der nichtlinearen Ordnungsreduktion mit gewissen Einschränkungen zu entschärfen. Dies und die anschaulich erklärable Funktionsweise der Reduktionsmethode sorgen dafür, dass verschiedene Arbeitsgruppen bis in die jüngste Vergangenheit zahlreiche Erweiterungen und Varianten publizierten, vgl. z. B. [39], [40], [66], [114], [132], [196]. Die wesentliche Idee der TPWL besteht darin, vor einer Reduktion im eigentlichen Sinne das hochdimensionale nichtlineare Vektorfeld der gewöhnlichen Differentialgleichung (ODE, engl. ordinary differential equation) zunächst durch eine zustandsabhängig gewichtete Summe etlicher linearisierter Vektorfelder zu ersetzen, wobei die Linearisierungspunkte einer vorab simulierten oder gemessenen Testtrajektorie entnommen sind. In der ursprünglichen Variante der TPWL [160] werden alle linearisierten Teilsysteme in eine gemeinsame reduzierte Basis durch Anwendung eines linearen Reduktionsverfahrens überführt. Dies gewährleistet, dass die anschließende Summierung im selben Koordinatensystem durchgeführt wird. Wünschenswert wäre es jedoch zugunsten einer verbesserten Reduktionsgüte, die einzelnen linearen Summanden in individuell passenden Basen reduzieren zu können. Trotz einiger bekannter Erweiterungen [114], [128], die als sogenannter Multi-Basis-Ansatz geführt werden, kann der schlussendliche Übergang in eine gemeinsame Basis nicht vermieden werden.

Bei den genannten Methoden sowohl zur linearen als auch zur nichtlinearen Ordnungsreduktion wird in den zugrunde liegenden Arbeiten davon ausgegangen, dass das zu reduzierende System bereits in Form einer hochdimensionalen ODE vorliegt. Die Frage, wie diese beispielsweise aus der Kopplung von Teilsystemen zustande kommt und wie sich die Kopplungsbeschreibung vorteilhaft für die durchzuführende Reduktion nutzen lässt, wird nicht berücksichtigt. Lediglich in [83], [158], [182], [194] werden gewisse Systemstrukturen wie z. B. eine Blockpartitionierung der linearen Zustandsmatrix vorausgesetzt und bei der Reduktion berücksichtigt. Ein umfassendes Konzept zur gemeinsamen Behandlung linearer und nichtlinearer Teilsysteme, die auch hierarchisch gekoppelt sein können, fehlt bisher. Darüber hinaus werden wie u. a. in [28] zur Demonstration von Reduktionsmethoden einfach strukturierte und gut reduzierbare Anwendungsbeispiele gewählt. Damit ist

insbesondere im nichtlinearen Fall nicht gewährleistet, dass auch praxisrelevante Systeme mit den vorgeschlagenen Methoden gut behandelbar sind. Auf diesen Umstand weisen auch die beiden Vorveröffentlichungen [148], [149] hin.

### 1.2.2. Behandlung gekoppelter Systeme

Wie es auch am gewählten Anwendungsbeispiel der EES ersichtlich ist, entsteht ein komplexes und hochdimensionales Gesamtsystem aus der ggf. mehrstufig hierarchischen Kopplung kleinerer Teilsysteme. Im Fall der EES verkörpern die Betriebsmittel diese Teilsysteme. Wird davon ausgegangen, dass sich diese in Form rückwirkungsfreier Input-Output-Systeme im Sinne der Regelungstechnik und Systemtheorie [109, Kap. 3.2, S. 41 ff.] modellieren lassen, gibt es verschiedene Möglichkeiten, deren Kopplung formal zu beschreiben.

Ein intuitiv naheliegendes Kopplungsverfahren stellt der in dieser Arbeit als Eingangs-Ausgangs-Substitution bezeichnete Verbindungsformalismus nach Hermann [74, Kap. XI, S. 317 ff.] dar. Hierbei werden Verbindungen von Systemausgängen zu Systemeingängen dadurch beschrieben, dass die betreffenden Eingangsgrößen in den Systemgleichungen durch die über die Verbindung assoziierten Ausgangsgrößen ersetzt werden. Die Verbindungsinformation selbst ist damit in der entstehenden Gesamtgleichung nur noch implizit enthalten.

Alternativ hierzu berücksichtigt Michel in [119] alle möglichen Verbindungen zwischen sämtlichen Teilsystemen bereits bei der Formulierung der einzelnen Teilsystembeschreibungen. Zwar gestaltet sich dadurch das Zusammensetzen des Gesamtsystems äußerst einfach; Aspekte wie eine universelle Wiederverwendbarkeit von Teilsystemmodellen oder die flexible Modifizierbarkeit von Verbindungsstrukturen leiden allerdings darunter.

DeCarlo und Saeks führen zur Beschreibung gekoppelter Systeme in [34] das sogenannte Komponentenverbindungsmodell (CCM, engl. component connection model) ein. Der wesentliche Unterschied zu den Verbindungsformalismen nach Hermann und Michel ist die strikte Trennung der Verbindungen und der zu koppelnden Teilsysteme über den gesamten Analyse- bzw. Simulationsprozess hinweg. Damit geht einher, dass keinerlei Verlust von Zwischeninformationen auftritt, wie es bei Hermann der Fall ist und, dass im Gegensatz zum Formalismus von Michel, die Wiederverwendbarkeit einzelner Modelle sowie eine gewisse Flexibilität in der Verbindungshandhabung gewährleistet sind.

Von den drei betrachteten Verbindungsformalismen setzte sich insbesondere das CCM in etlichen Gebieten der Elektrotechnik als Werkzeug für ein breites Aufgabenspektrum durch. Zahlreiche Veröffentlichungen mit Anwendungen in der Analyse elektronischer Schaltungen [81], [156], [157], [202] bis hin zu neueren Arbeiten zur Modellierung leistungselektronischer Betriebsmittel [85], [125], [126], [205], [206] belegen dies. Sollen nicht nur vorliegende Teilsysteme zu einem Gesamtsystem gekoppelt werden, sondern sollen die Teilsysteme selbst wieder aus weiteren Teilsystemen zusammengesetzt werden, so ist ein Verbindungsformalismus nötig, der die Abbildung dieser hierarchischen Strukturzusammenhänge leisten kann. Prinzipiell sind alle drei betrachteten Verbindungsformalismen hierzu in der Lage. Jedoch ergeben sich aufgrund einiger spezifischer Eigenschaften

wie auftretender Informationsverluste oder -redundanzen bzw. fehlender Flexibilitäten Probleme beim Versuch der Kopplungsbeschreibung mit einer beliebigen hierarchischen Tiefe. Aus diesem Grund wäre ein Verbindungsformalismus wünschenswert, der bei maximaler Flexibilität in der Teilsystembeschreibung die Verbindungsinformationen sowohl verlust- als auch redundanzfrei mit einer beliebigen Anzahl an Hierarchiestufen komfortabel verarbeitet.

### 1.2.3. Simulationswerkzeuge

Aufgrund der eingangs begründeten Notwendigkeit für die effiziente Durchführung transienter Simulationen großer Systeme, wurden verschiedene Simulationswerkzeuge für diese Aufgabe entwickelt. Beispielsweise steht mit Simulink [187] eine leistungsfähige und weit verbreitete Umgebung zur Verfügung, in der blockorientierte Systemmodelle mit einem grafischen Editor verschaltet und per numerischer Integration transient simuliert werden können. Für EES stehen darüber hinaus spezialisierte Simulatoren wie u. a. DIGSILENT PowerFactory [36], Siemens PSS/E [178] und EMTP-RV [42] zur Verfügung, die mit einem praxisorientierten Funktionsumfang die für die Planung und den Betrieb benötigten Simulationsergebnisse liefern können.

Zwar lassen sich bei allen genannten Simulationswerkzeugen die Teilsystembibliotheken durch den Benutzer erweitern und komplexe Simulationsszenarien per Skriptsprache umsetzen. Allerdings ist ein Zugriff auf die der Simulation zu Grunde liegenden Gesamtgleichungssysteme sowie eine Manipulation der eigentlichen Simulatorkomponenten durch den Anwender nicht vorgesehen. Für die wissenschaftliche Erforschung, Entwicklung und Erprobung neuartiger Simulationsmethoden stehen diese Simulatoren demnach nicht zur Verfügung. Aus diesem Grund wäre eine flexible und modulare Simulationsumgebung wünschenswert, die angefangen von der Modellformulierung über das Aufstellen der zu simulierenden Gleichungen und etwaiger Modellreduktionen bis hin zum numerischen Löser zur Durchführung der eigentlichen transienten Berechnung sämtliche Eingriffsmöglichkeiten bietet, ohne dass die darin steckende Softwarekomplexität auf Seiten des Benutzers spürbar ist.

## 1.3. Ziele der vorliegenden Arbeit

Das in dieser Arbeit und den vorausgegangenen Veröffentlichungen (zur effizienten numerischen Simulation von Asynchronmaschinen [145], [146], zur hierarchischen Modellierung von Windenergieanlagen [153] und Synchrongeneratoren [154], der Simulation gekoppelter Synchronmaschinen [152], sowie zur Ordnungsreduktion verschiedener Beispielsysteme [147], [148], [149], [151] und einem objektorientierten Simulatorkonzept [144]) vorgeschlagene Konzept zur Ordnungsreduktion hierarchisch gekoppelter Systeme greift den dargestellten Stand der Technik aus den ansonsten isoliert betrachteten Teilgebieten Ordnungsreduktion und Kopplungsformulierung auf. Dabei soll insbesondere die kombinierte Betrachtung der genannten Teilgebiete helfen, einige der zum Stand der Technik erwähnten Probleme zu lösen oder zumindest in gewissem Maße zu lindern.

An verschiedenen Stellen in der Literatur wird demonstriert, dass die TPWL für geeignete Systeme in der Lage ist, zufriedenstellende Reduktionsergebnisse im nichtlinearen Fall zu liefern. Dennoch wurde in Unterabschnitt 1.2.1 die Notwendigkeit einer gemeinsamen Reduktionsbasis für die einzelnen linearisierten Teilsysteme als ein möglicher Ansatzpunkt für etwaige Verbesserungen identifiziert. Aus diesem Grund soll im Rahmen der vorliegenden Arbeit auf struktureller Ebene untersucht werden, ob die klassische Vorgehensweise linearer Ordnungsreduktionsmethoden modifizierbar ist, so dass eine Einbettung in die TPWL den finalen Übergang in eine gemeinsame Basis überflüssig macht.

Bei der Darstellung der bekannten Beschreibungsformalismen für gekoppelte Systeme in Abschnitt 1.2.2 ist festzuhalten, dass insbesondere das CCM günstige Eigenschaften besitzt, die es erlauben, damit beschriebene gekoppelte Systeme in etlichen Anwendungsszenarien weiterzuverarbeiten. Sollen jedoch hierarchische Verbindungsstrukturen zwischen dynamischen und nichtdynamischen Teilsystemen abgebildet werden, wie sie beispielsweise bei der Formulierung der Systemgleichungen von EES auftreten können, ergibt sich ein konzeptioneller Handlungsbedarf. So ist es ein weiteres Ziel der vorliegenden Arbeit, diesen Handlungsbedarf zunächst anhand klar formulierter Vergleichskriterien für die existierenden Verbindungsformalismen herauszuarbeiten. In einem zweiten Schritt sind die Ergebnisse hieraus zu verwenden, um auf Basis des damit geschaffenen allgemeinen theoretischen Rahmens einen modifizierten Verbindungsformalismus abzuleiten. Dieser soll dabei dem Grundthema gemäß für eine effiziente transiente Simulation in Kombination mit Ordnungsreduktionsmethoden nützlich sein, wobei der Nachweis dieses Nutzens zunächst anhand allgemeiner Betrachtungen zu erbringen ist.

Um das erarbeitete theoretische Simulationskonzept auf ein EES als Applikationsbeispiel anwenden zu können, ist eine modulare Simulationsumgebung in Anlehnung an die Ausführungen in Abschnitt 1.2.3 zu entwerfen und umzusetzen. Ein möglichst allgemeines Anwendungsfeld, die einfache algorithmische und methodische Erweiterbarkeit sowie die Möglichkeit, die unweigerlich enthaltene Komplexität auf der Benutzerseite bedarfsgerecht ausblenden zu können, sollen dabei im Vordergrund stehen.

Schließlich sind die erzielten konzeptionellen und theoretischen Ergebnisse anhand eines praxisnahen Anwendungsbeispiels in Form eines EES zu demonstrieren. Im Gegensatz zu gängigen Benchmark-Beispielen wie Kettennetzwerken [28] oder Ringanordnungen nichtdynamisch gekoppelter Synchronmaschinenmodelle zweiter Ordnung [112] aus dem Gebiet der Ordnungsreduktion soll auf die bewusste Herbeiführung einer guten Reduzierbarkeit des Originalsystems verzichtet werden.

## 1.4. Abgrenzung der durchgeführten Betrachtungen

Im Allgemeinen werden EES oder auch elektronische Schaltungen, auf die das präsentierte Simulationskonzept prinzipiell ebenfalls anwendbar ist, als Gesamtsystem durch eine DAE beschrieben. Dies ist dadurch bedingt, dass die Netzwerkelemente (Betriebsmittel bzw. Bauelemente) konstitutiv in ihrem Klemmenverhalten durch Strom- und Spannungsbeziehungen beschrieben sind und die Verbindungen dazwischen als verlustfreies nichtdynamisches Verbindungsnetzwerk realisiert werden. Eine solche im Bezug auf

die Kirchhoffschen Regeln [91] auch als Kirchhoffsches Verbindungsnetzwerk bezeichnete Kopplungsstruktur [116, Kap. 2.1, S. 43 ff und Kap. 4.2, S. 107] verbindet die Netzwerkelemente durch affine algebraische Zwangsbedingungen zwischen den Klemmengrößen. Nur in gewissen Sonderfällen, beispielsweise beim Verzicht auf Induktivitätsschnittmengen oder Kapazitätsmaschen und dem Vorliegen der sogenannten topologischen Vollständigkeit [20], [210] ergibt sich eine Gesamtbeschreibung in Form einer ODE vom Typ einer Zustandsgleichung. Die Betrachtungen in dieser Arbeit beschränken sich auf diesen Fall. Zum einen gibt es aufgrund der komplizierteren Behandlung von DAEs [139] vergleichsweise wenig erprobte Ansätze zur mathematischen Ordnungsreduktion solcher Systeme [127], [204], die auf einer eingeschränkten Grundstruktur der betrachteten DAEs beruhen. Zum anderen würde dadurch der hierarchische Gleichungsaufbau des Gesamtsystems mit Hilfe rückwirkungsfreier Blockmodelle erschwert. Zwar gibt es auch Ansätze, diese Limitation zu umgehen [136], jedoch würde deren ausführliche Behandlung den Blick auf die wesentlichen Aspekte des im Vordergrund stehenden Simulationskonzeptes verstellen. In Abschnitt 8.2 wird die geschilderte Problematik im Rahmen eines Ausblicks noch einmal aufgegriffen.

In einer der ersten Vorarbeiten [146] wurde am Beispiel einer einzelnen Asynchronmaschine festgestellt und dokumentiert, dass sich jenseits der Themen Ordnungsreduktion und hierarchischer Kopplungsformulierung bereits enorme Unterschiede in der Simulationseffizienz je nach verwendeter Gleichungsdarstellung und dem zum Einsatz gebrachten numerischen Löser ergeben. Insbesondere die Wechselwirkung zwischen der Dynamik des zu simulierenden Systems mit dem Verhalten der Schrittweitensteuerung des Löser konnten als Ursache identifiziert werden. Um die detaillierte Auseinandersetzung mit derartigen Einflüssen im angemessenen Rahmen zu halten, kommen lediglich die in der Praxis bewährten Löser [174] zum Einsatz, die der auf das wissenschaftliche Rechnen spezialisierten Programmierumgebung Matlab [185] beiliegen. Alternative Sammlungen von ODE- bzw. DAE-Lösern wie SUNDIALS [78] werden nicht mit in die Betrachtungen dieser Arbeit einbezogen.

## 1.5. Aufbau der Arbeit

Als Einführung in das grundsätzliche Vorgehen bei der mathematischen Ordnungsreduktion beschreibt Kapitel 2 zunächst den allgemeinen theoretischen Rahmen der sogenannten projektiven Ordnungsreduktion. Im Anschluss daran findet sich die Darstellung der drei gebräuchlichsten Verfahrensklassen in ihrer jeweiligen Grundform, wobei zahlreiche Erweiterungen dazu erwähnt und in ihren Ideen skizziert werden. Den Abschluss des Kapitels bildet Abschnitt 2.5 mit der Vorstellung einer als Komplexitätsreduktion bezeichneten Technik, die es erlaubt, ein dynamisch reduziertes System per Rückprojektion in originalen Zustandskoordinaten darzustellen. Einige ergänzende Betrachtungen zur Ordnungsreduktion linearer Systeme sind in Anhang A zusammengestellt.

Der Ordnungsreduktion nichtlinearer Systeme ist Kapitel 3 gewidmet, in welchem zunächst die wesentlichen Herausforderungen, die hierbei bestehen, benannt werden. Daran anschließend erfolgt eine detaillierte Beschreibung der TPWL-basierten Ordnungsreduk-

tion unter Berücksichtigung einiger bekannter Erweiterungen. In Unterabschnitt 3.2.5 wird die Methode der zustandserhaltenden Komplexitätsreduktion aus Kapitel 2 in das TPWL-Konzept integriert, um jedes linearisierte Teilsystem in einer jeweils passenden, individuellen Basis reduzieren zu können.

Die Methoden zur Beschreibung gekoppelter Systeme sind das Thema des 4. Kapitels. Zunächst wird darin ein Anforderungskatalog formuliert, der eine klare und kriterienorientierte Bewertung der nachfolgend eingeführten Beschreibungsformalismen ermöglicht. Bei der Beschreibung der Kopplungsformulierung nach Hermann in Abschnitt 4.2 steht neben der Eingangs-Ausgangs-Substitution die ebenfalls auf Hermann zurückgehende Systemtupelschreibweise im Vordergrund. Diese erlaubt es, mit Hilfe einer äußerst kompakten Notation stets den Überblick über die beteiligten Eingangs-, Zustands- und Ausgangsräume sowie die zugehörigen Systemfunktionen als Abbildungen zwischen diesen Räumen zu behalten. Aus diesem Grund wird diese in der weiteren Literatur ungebräuchliche Schreibweise genutzt, um auch den Verbindungsformalismus nach Michel in Abschnitt 4.3 und das CCM in Abschnitt 4.4 analog und auf einfachem Wege klassifizieren zu können. Mit Bezugnahme auf den Wunsch, auch hierarchische Verbindungsstrukturen einfach und effizient beschreiben zu wollen, stellt Abschnitt 4.5 die als mCCM benannte modifizierte Fassung des CCM vor, die zur bestmöglichen Erfüllung der eingangs formulierten Kriterien entwickelt wurde.

Die Kombination des mCCM als geeignetem Formalismus zur Beschreibung hierarchisch gekoppelter Systeme mit linearen und nichtlinearen Methoden zur Ordnungsreduktion ist der Gegenstand von Kapitel 5. Darin wird insbesondere auf die zusätzlichen Freiheitsgrade und die damit verbundenen Vorteile eingegangen, die sich gegenüber einer direkten Reduktion eines hochdimensionalen Gesamtsystems ergeben.

Daran anschließend beschreibt Kapitel 6 die in Matlab [185] implementierte, modular aufgebaute Simulationsumgebung CoSimMA (engl. component simulator in a modular approach). Basierend auf der theoretischen Konzeption des mCCM bietet CoSimMA die Möglichkeit, für den Benutzer sehr flexibel und dabei gleichzeitig vergleichsweise komfortabel hierarchische Systeme aus Teilsystemen, die in einer Bibliothek hinterlegt sind, aufzubauen und mit verschiedenen Ordnungsreduktionsmethoden zu bearbeiten. Auch bietet CoSimMA eine direkte Schnittstelle zu den ODE-Lösern, die eine nahtlose Durchführung der transienten Simulation erlaubt. Die auf diesem Weg erzielten Ergebnisse lassen sich nach erfolgter Rechnung mit passend gestalteten Darstellungs- und Auswertungsfunktionen visualisieren. Damit bietet CoSimMA zum einen den Funktionsumfang einer vollständig nutzbaren Simulationsplattform und bietet zum anderen durch den modularen Aufbau die Möglichkeit, auf sämtliche Simulatorkomponenten uneingeschränkt zuzugreifen und diese für Forschungszwecke zu modifizieren.

Die Anwendung der theoretischen Konzepte aus den vorangegangenen Kapiteln wird anhand eines Anwendungsbeispiels in Kapitel 7 demonstriert. Betrachtet wird hierfür die modifizierte Fassung eines standardisierten Test-EES nach [124, S. 26 f.], welches mit 14 Netzknoten, fünf Synchrongeneratoren samt Regelung, zwei Spannungsebenen sowie etlichen Leitungen, Transformatoren und Lastnachbildungen die nötige Komplexität eines praxisnahen Beispiels gewährleistet und gleichzeitig überschaubar genug ist, um mit

ausreichender Detaillierung beschrieben werden zu können. Anhand einiger ausgewählter Simulationsszenarien findet ein Vergleich der erreichbaren Recheneffizienzen und Ergebnsgüten bei Anwendung verschiedener Ausprägungen des vorgestellten Konzeptes statt. Eine kritische Diskussion bewertet den Nutzen des vorgeschlagenen Simulationskonzeptes.

Abgeschlossen wird die Arbeit mit einer Zusammenfassung der wesentlichen Erkenntnisse und einigen Ansätzen für weitere Forschungsarbeiten auf dem behandelten Gebiet in Kapitel 8.