Mehr Informationen zum Titel

## Wichtige Formelzeichen, Größen und Einheiten

| Formelzeichen | Größe | Einheit, Einheitenname | Einheitenzeichen | Seite (Beispiele) |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha, \beta, \gamma$ | ebener Winkel | Grad | ° (Grad) | 24 |
| $\alpha$ | Temperaturbeiwert, Temp.-koeffizient | 1/Kelvin | $^1/K$ | 45 |
| $\Delta$ | Differenz, Änderung | – | – | 21, 45, 90 |
| $\gamma$ | elektrische Leitfähigkeit | Siemens je Meter | $S/m = 1/(\Omega \cdot m)$ | 44 |
| $\delta$ | Verlustwinkel | Grad | ° (Grad) | 104 |
| $\varepsilon$ | Permittivität | Farad je Meter | F/m = As/Vm | 79 |
| $\varepsilon_o$ | elektrische Feldkonstante | Farad je Meter | F/m = As/Vm | 79 |
| $\varepsilon_r$ | Permittivitätszahl | – | 1 | 79 |
| $\zeta$ | Arbeits-, Nutzungsgrad | – | 1 | 63, 69 |
| $\eta$ | Wirkungsgrad | – | 1 | 61 |
| $\eta$ | Lichtausbeute | Lumen je Watt | lm/W | 212 |
| $\eta_B$ | Beleuchtungswirkungsgrad | – | 1 | 213 |
| $\vartheta$ | Celsius-Temperatur | Grad Celsius | °C | 45 |
| $\Theta$ | Durchflutung | Ampere | A | 84, 88 |
| $\mu$ | Permeabilität | Henry je Meter | H/m = Vs/Am | 85 |
| $\mu_0$ | magnetische Feldkonstante | Henry je Meter | H/m = Vs/Am | 85 |
| $\mu_r$ | Permeabilitätszahl | – | 1 | 85 |
| $\Phi$ | magnetischer Fluss | Weber | Wb = Vs | 85 |
| $\Phi_v$ | Lichtstrom | Lumen | lm | 212 |
| $\varrho$ | Dichte, volumenbezogene Masse | Kilogramm je Meter hoch 3 | $kg/m^3$ | 31 |
| $\varrho$ | spezifischer Widerstand | Ohm mal Meter | $\Omega \cdot m$ | 44 |
| $\tau$ | Zeitkonstante, Impulszeit | Sekunde | s | 82, 83 |
| $\varphi$ | Phasenverschiebungswinkel | Grad, Radiant | ° (Grad), rad | 96, 97, 102 |
| $\omega$ | Kreisfrequenz, Winkelgeschwindigkeit | Hertz | $Hz = ^1/s$ | 92 |
| $A$ | Fläche | Meter hoch 2 | $m^2$ | 30 |
| $A$ | Dämpfungsmaß | Dezibel | dB | 219 |
| $b$ | Bandbreite | Hertz | $Hz = ^1/s$ | 119 |
| $B$ | Blindleitwert | Siemens | $S = ^1/\Omega$ | 110 |
| $B_L$ | induktiver Blindleitwert | Siemens | $S = ^1/\Omega$ | 110 |
| $B_C$ | kapazitiver Blindleitwert | Siemens | $S = ^1/\Omega$ | 114 |
| $B$ | magnetische Flussdichte | Tesla | $T = Vs/m^2$ | 85 |
| $c$ | spezifische Wärmekapazität | Joule je kg und Kelvin | $J/(kg \cdot K)$ | 62 |
| $C$ | elektrische Kapazität | Farad | F = As/V | 79 |
| $d, D$ | Durchmesser | Meter | m | 29, 32, 84 |
| $D$ | Dämpfungsfaktor | – | 1 | 218 |
| $E$ | elektrische Feldstärke | Volt je Meter | V/m | 78 |
| $E_v$ | Beleuchtungsstärke | Lux | $lx = lm/m^2$ | 213 |
| $f$ | Frequenz | Hertz | $Hz = ^1/s$ | 92 |
| $f_c$ | Grenzfrequenz | Hertz | $Hz = ^1/s$ | 119 |
| $f_{ch}$ | obere Grenzfrequenz | Hertz | $Hz = ^1/s$ | 119 |
| $f_{ct}$ | untere Grenzfrequenz | Hertz | $Hz = ^1/s$ | 119 |
| $f_r$ | Resonanzfrequenz | Hertz | $Hz = ^1/s$ | 119 |
| $F$ | Kraft | Newton | N | 36, 37 |
| $g$ | Fallbeschleunigung | Meter je Sekunde hoch 2 | $m/s^2$ | 38 |
| $G$ | Verstärkungsmaß | Dezibel | dB | 219 |
| $G$ | elektrischer Leitwert, Wirkleitwert | Siemens | $S = ^1/\Omega$ | 41, 49 |
| $h$ | Höhe | Meter | m | 31 |
| $H$ | magnetische Feldstärke | Ampere je Meter | A/m | 84 |
| $i$ | Übersetzungsverhältnis, mechanisch | – | 1 | 240 |
| $\hat{i}$ | Scheitelwert der Stromstärke | Ampere | A | 92, 94 |
| $I$ | Stromstärke | Ampere | A | 40, 41 |
| $I_v$ | Lichtstärke | Candela | cd | 215 |
| $J$ | Stromdichte | Ampere je Meter hoch 2 | $A/m^2$ | 43 |
| $k$ | Raumindex | – | 1 | 216 |
| $K$ | Ladekapazität | Amperestunden | Ah | 69 |

Fortsetzung hintere Umschlaginnenseite

# KOSTENLOSE ERGÄNZUNGEN DIGITAL+

- **Bilder-Paket:** Alle Bilder des Buches und Datenblätter sind entsprechend der Kapitel gegliedert und können heruntergeladen werden.
- **Verwendung der Bilder:** zur Unterrichtsvorbereitung und Erstellung eigener Arbeitsmaterialien.

Die ergänzenden digitalen Materialien finden Sie in unserem virtuellen Medienregal EUROPATHEK kostenlos unter

**www.europathek.de**

- Öffnen Sie www.europathek.de auf Ihrem Gerät (PC/MAC, Smartphone oder Tablet).
- Melden Sie sich mit Ihrem Nutzerkonto (bestehend aus E-Mail-Adresse und Passwort) an.
- Sofern Sie noch nicht über ein eigenes Nutzerkonto verfügen, können Sie sich kostenlos registrieren.

**Durch die Eingabe des folgenden Codes schalten Sie das Bilder-Paket in Ihrer EUROPATHEK frei.**

# So erhalten Sie Ihr Bilder-Paket

1. Registrieren/Anmelden auf **www.europathek.de**


2. Code einlösen
   Beispiel eines Freischaltcodes: VEL-XXXX-XXXX-XXXX
3. **Rechenbuch Elektrotechnik - Bilder-Paket** starten

Eine Auswahl aktueller Elektrotechnik-Titel in der **EUROPATHEK**:


Weitere Infos zur **EUROPATHEK** sowie hilfreiche **Videos** zur Verwendung des virtuellen Medienregals erhalten Sie unter: **www.europa-lehrmittel.de/digital**

EUROPA-FACHBUCHREIHE
für elektrotechnische Berufe

# Rechenbuch Elektrotechnik

Ein Lehr- und Übungsbuch zur Grund- und Fachstufe

**22. neu überarbeitete Auflage**

Bearbeitet von Lehrern an beruflichen Schulen und von Ingenieuren
(siehe Rückseite)

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat: Klaus Tkotz

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

**Europa-Nr.: 30766**

***Autoren des Rechenbuchs Elektrotechnik:***

| | |
|---|---|
| Eichler, Walter | Kaiserslautern |
| Feustel, Bernd | Kirchheim |
| Isele, Dieter | Lauterach |
| Käppel, Thomas | Münchberg |
| König, Werner | Boxberg |
| Neumann, Ronald | Oberkail |
| Tkotz, Klaus | Kronach |
| Winter, Ulrich | Kaiserslautern |

***Lektorat und Leitung des Arbeitskreises:*** Klaus Tkotz

***Bildentwürfe:*** Die Autoren

***Firmenverzeichnis:*** Die Autoren und der Verlag bedanken sich bei den nachfolgenden Firmen für die Unterstützung

**AEG Zähler GmbH**, 31785 Hameln
**Casio Europe GmbH**, 22848 Norderstedt
**Hameg Instruments**, 60528 Frankfurt
**Richard Hirschmann GmbH & Co**, 72606 Nürtingen
**Kopp GmbH & Co KG**, 63796 Kahl
**LEDON Lamp GmbH**, A-6890 Lustenau
**Siemens AG**, 81371 München
**Tektronix GmbH**, 50739 Köln
**Varta GmbH**, 30419 Hannover
**Volkswagen Nutzfahrzeuge**, 30405 Hannover

***Bildbearbeitung:***
Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel GmbH & Co., Ostfildern

22. Auflage 2020

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da bis auf die Behebung von Druckfehlern untereinander unverändert.

ISBN 978-3-8085-3826-5



Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald
Umschlagidee: Klaus Tkotz
Layout und Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt
Druck: Himmer GmbH, 86167 Augsburg

Wegweiser zum Rechenbuch Elektrotechnik

Kapitelnummer und Symbole

## • ALLGEMEINES



## • INHALTSVERZEICHNIS (KURZFORM)



## • DATENBLÄTTER



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

AVΩ

PID

## • NÜTZLICHES

# Liebe Leserin,
# lieber Leser,

das **Rechenbuch Elektrotechnik** dient der Aus- und Weiterbildung im Berufsfeld Elektrotechnik.

| Buchsymbole | |
|---|---|
| | Taschenrechnerbenutzung |
| i | Ergänzende Information |
| ➡ | Seitenhinweise zur Stoffvertiefung |

## Aufbau des Buches

- Jedes Aufgabengebiet beginnt mit einer kurzen Einführung, gefolgt von einem Rechenbeispiel.
- Die Reihenfolge der Aufgaben ist von leicht nach schwer.
- Schwierige Aufgaben haben einen grünen Punkt vor der Aufgabennummer.
- Formeln und Legenden, sowie Bilder sind in Blöcken zusammengefasst.
- Ab Seite 262 findet man eine Auswahl von Prüfungsaufgaben
- Am Buchende, ab Seite 275, finden Sie wichtige Datenblätter, die zum Lösen mancher Aufgaben nebötigt werden.

## Hilfen zum Rechenbuch Elektrotechnik

Zusätzlich gibt es:

- Ein ausführliches Lösungsbuch (rechtes Bild),
- ein weiteres Buch „Prüfungsvorbereitung Fachrechnen Elektrotechnik“ und
- eine Formelsammlung „Formeln für Elektrotechniker“, die vor allem bei Prüfungen eingesetzt werden kann.


## Auf einen Blick

Weiterführende Informationen findet man im folgenden Mind-Map-Bild.


Ob Lob oder Kritik, die Autoren freuen sich über Ihre Infos. Vielleicht haben Sie auch einen aktuellen Tipp? Schreiben Sie uns unter: lektorat@europa-lehrmittel.de.

Die Autoren und der Verlag Europa-Lehrmittel wünschen Ihnen für Ihre Ausbildung und berufliche Tätigkeit viel Erfolg.

Herbst 2020

# 1 Technische Mathematik

## 1.1 Elektronischer Taschenrechner (ETR)

In der Elektrotechnik verwendet man technisch-mathematische Taschenrechner **(Bild)**. Sie bieten eine Fülle mathematischer Funktionen. Dazu haben die Tasten auf verschiedenen Ebenen unterschiedliche Funktionen.

**Wichtig:** Die Bedienungsanleitungen der verschiedenen Hersteller und Typen sind zu beachten.

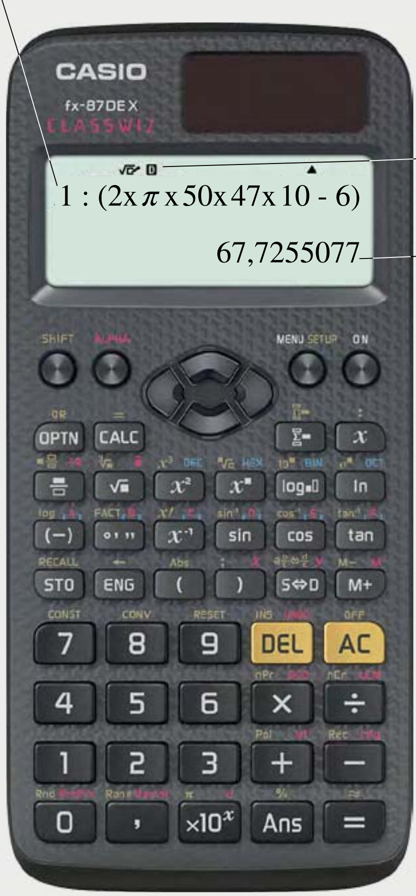
Die Eingaben bei neuen Taschenrechnern entsprechen der Schreibweise von links nach rechts, z. B. sin 30. Diese Form der Eingabe wird als „natürliches Display" bezeichnet.

**Wichtige Funktionstasten und deren Anwendung (Beispiele):**

| | |
|---|---|
| sin | Sinustaste: Wechselspannung, **Seite 94** |
| √■ | Quadratwurzel: Scheitelfaktor, **Seite 92** |
| ($e^{■}$) | e-Funktionstaste: Kondensatorspannung, **Seite 82** |
| log■□ | Zehnerlogarithmus: Verstärkungsmaß, **Seite 219** |
| ×10ˣ | Zehnerpotenz, **Seite 219** |

Eingabezeile (Rechnung zu Beispiel a) Seite 100)

- SHIFT : Eingabe der zweiten Tastenbelegung, z.B. $\pi$
- ALPHA : Eingabe der dritten Tastenbelegung
- Bruchtaste : Bruchrechnung
- ( ) : Gemischter Bruch
- √■ : Quadratwurzel
- $x^2$ : Quadratzahl
- (−) : Negatives Vorzeichen
- STO : Wert speichern
- RECALL : Speicher aufrufen
- ENG : Darstellung in Potenzschreibweise
- 0 – 9 : Zahlenblock
- , : Komma
- $\pi$ : Kreiszahl[1]
- $e^{■}$ : e-Funktion[2]




- MENU : Verschiedene Betriebsmodi, z.B. Tabellenkalkulation, einstellen
- ON : Einschalten
- D, Anzeige für DEG (S. 25 und 93)
- $x^{■}$ : Potenz
- Ergebniszeile
- log■□ : 10er Logarithmus
- ln : Natürlicher Logarithmus
- sin cos tan : Trigonometrische Funktionen
- ( ) : Klammer
- DEL : Löschen
- × ÷ + − : Grundrechenarten
- = : Eingabe beenden, Ergebnis im Antwortspeicher ablegen
- Ans : Antwortspeicher aufrufen
- ×10ˣ : Zehnerpotenz

**Bild: Elektronischer Taschenrechner (ETR)**

[1] Kreiszahl: $\pi$ = 3,14159... [2] Eulersche Zahl: e = 2,71828...

# 1.2 Grundrechnungsarten

## 1.2.1 Zahlen, Addition und Subtraktion

Zahlen werden nach **Bild** eingeteilt. Addition und Subtraktion gehören zu den Grundrechnungsarten. Die Gesetze und Regeln **(Tabelle)** sind zu beachten.

- Zahlen
  - rationale Zahlen
    - ganze Zahlen
      - negative ganze Zahlen
      - natürliche Zahlen
    - gebrochene Zahlen
  - irrationale Zahlen

**Bild: Zahlenarten**

**Tabelle: Gesetze, Regeln, Anwendungsbeispiele mit Variablen, Zahlen und Summen**

| | |
|---|---|
| **Kommutativgesetz**[1] | Vertauschen von Summanden |
| $a+b+c = a+c+b$ | $5+2+9 = 5+9+2 = \mathbf{16}$ |
| **Assoziativgesetz**[2] | Zusammenfassen von Summanden |
| $a+b+c = a+(c+b)$ | $5+2+9 = 5+(9+2) = 5+11 = \mathbf{16}$ |
| **Vorzeichenregeln** | Summieren von Zahlen |
| $(+a)+(+b) = (+a)-(-b) = a+b$<br>$(+a)+(-b) = (+a)-(+b) = a-b$ | $(+5)+(+2) = (+5)-(-2) = \mathbf{+7}$<br>$(+5)+(-2) = (+5)-(+2) = \mathbf{+3}$ |

### Zahlenarten (Beispiele)

**Rationale Zahlen:**

$-5;\ -2{,}3;\ 0;\ \frac{1}{4};\ 7{,}6;\ \ldots$

**Irrationale Zahlen:** $\sqrt{2};\ \pi;\ \ldots$

**Ganze Zahlen:** $3, -6, 0, 19, \ldots$

**Gebrochene Zahlen:** $\frac{2}{3};\ \frac{1}{4};\ \frac{4}{5};\ \ldots$

**Negative ganze Zahlen:**

$-3, -7, -14, \ldots$

**Natürliche Zahlen:** $2, 7, 19, \ldots$

### Addition

Summanden

$$\underbrace{4 + 1 + 3}_{\text{Summe}} = \underbrace{8}_{\text{Summenwert}}$$

### Subtraktion

Minuend Subtrahend

$$\underbrace{5 - 2}_{\text{Differenz}} = \underbrace{3}_{\text{Differenzwert}}$$

- Steht vor einer Klammer ein Minuszeichen, so muss bei der Auflösung der Klammer bei allen Gliedern innerhalb der Klammer das Vorzeichen geändert werden, z. B. $10-(3+2-4) = 10-3-2+4 = 9$
- **Variable:** Platzhalter für Zahlen und für Werte von Größen, z. B. $U$ für 25 V ⇒ $U = 25$ V.

### Beispiel

Berechnen Sie: $a-b+c-d$ für $a = 69$, $b = 14$, $c = 91$ und $d = 76$. Geben Sie 2 Lösungswege an.

**Lösung a:**

$a-b+c-d = 69-14+91-76 = \mathbf{70}$

69 – 14 + 91 – 76 =

**Lösung b:**

$a+c-(b+d) = 69+91-(14+76) = \mathbf{70}$

69 + 91 – ( 14 + 76 ) =

### Aufgaben zu 1.2.1

**1** Fassen Sie die Summanden in allen möglichen Zweiergruppen zusammen (Assoziativgesetz).

**a)** $(3+7)+1$ **b)** $(11+9)-5$ **c)** $2+3+4$ **d)** $8+2+4$ **e)** $(11+14)+(16+19)$

**2** Berechnen Sie folgende Terme[3] zunächst in der gegebenen Form. Lösen Sie dann die Klammern auf und fassen Sie die Minusglieder in einer neuen Klammer zusammen.

**a)** $400-(46+18-120+14+52-16)$ **b)** $647-123-(79-68+37+21-67+20)$

**c)** $288-(50-12+88)-12-90-180$ **d)** $368-(152-32-77)-(28+103-120)$

**3** Addieren Sie die gleichartigen Summanden.

**a)** $5a+6x+4a+3b+4x$ **b)** $9x+3y+2+5x+7y+4$ **c)** $8{,}7a+21{,}2n+5{,}3a+12{,}4n$

[1] commutare (lat.) = vertauschen [2] sociare (lat.) = vereinigen [3] le terme (franz.) = der Ausdruck

## 1.2.2 Multiplikation und Division

Die Multiplikation und Division gehören, wie die Addition und Subtraktion, zu den Grundrechnungsarten. Es gelten folgende Gesetze **(Tabelle)**.

**Multiplikation**

Faktoren

$$\underbrace{3 \cdot 4}_{\text{Produkt}} = \underbrace{12}_{\text{Produktwert}}$$

**Division**

Dividend Divisor

$$\underbrace{18 : 3}_{\text{Quotient}} = \underbrace{6}_{\text{Quotientwert}}$$

Eine Multiplikation ist eine wiederholte Addition von gleichen Summanden

**Tabelle: Gesetze, Regeln, Anwendungsbeispiele mit Variablen, Zahlen und Summen**

| | | |
|---|---|---|
| **Kommutativgesetz** | Vertauschen von Faktoren | |
| $a \cdot b \cdot c = a \cdot c \cdot b$ | $5 \cdot 2 \cdot 9 = 5 \cdot 9 \cdot 2 \quad = \mathbf{90}$ | |
| **Assoziativgesetz** | Zusammenfassen von Faktoren | |
| $a \cdot b \cdot c = a \cdot (c \cdot b)$ | $5 \cdot 2 \cdot 9 = 5 \cdot (9 \cdot 2) = 5 \cdot 18 \quad = \mathbf{90}$ | |
| **Vorzeichenregeln** | Multiplizieren von Zahlen | |
| $(+a) \cdot (+b) = (-a) \cdot (-b) = +ab$<br>$(+a) \cdot (-b) = (-a) \cdot (+b) = -ab$ | $(+5) \cdot (+2) = (-5) \cdot (-2) \quad = \mathbf{+10}$<br>$(+5) \cdot (-2) = (-5) \cdot (+2) \quad = \mathbf{-10}$ | |
| **Distributivgesetz**[1] | | |
| Multiplizieren mit Summen | $a \cdot (b - c) = ab - ac$ | $5 \cdot (9 - 2) = 5 \cdot 9 - 5 \cdot 2 = 5 \cdot 7 \quad = \mathbf{35}$ |
| Ausklammern gleicher Faktoren | $ab - ac = a \cdot (b - c)$ | $45 - 10 = 5 \cdot 9 - 5 \cdot 2 = 5 \cdot 7 \quad = \mathbf{35}$ |
| Multiplizieren von Summen | $(a + b) \cdot (c - d)$<br>$= ac - ad + bc - bd$ | $(5 + 2) \cdot (9 - 3)$<br>$= 5 \cdot 9 - 5 \cdot 3 + 2 \cdot 9 - 2 \cdot 3 = 7 \cdot 6 \quad = \mathbf{42}$ |

Malpunkte bei Produkttermen darf man weglassen, wenn dadurch kein Missverständnis entsteht, z. B. bei $3 \cdot a \cdot b = 3ab$, bei $u \cdot (w + x) = u(w + x)$ oder bei $5 \cdot (m - n) = 5(m - n)$, aber nicht bei $3 \cdot 5$, da $3 \cdot 5 \neq 35$.

### Beispiel

Berechnen Sie: $u\,(w + x) = uw + ux$ für $u = +15$, $w = +12$ und $x = -9$. Geben Sie 2 Lösungswege an.

**Lösung a:**
$u\,(w + x) = 15 \cdot (12 - 9) = \mathbf{45}$

**Lösung b:**
Speichern von $u = 15$, $uw + ux = \mathbf{45}$

**a)** 15 [×] [(] 12 [+] [(–)] 9 [)] [=]

**b)** 15 [(STO)] [(–)] (A) [×] [12] + [SHIFT] [STO] (RECALL) [(–)] (A) [×] [(–)] [9] [=]

### Aufgaben zu 1.2.2

**1** Berechnen Sie folgende Aufgaben:

**a)** $3a \cdot 5b$ **b)** $8c \cdot 3ab$ **c)** $3 \cdot 4{,}5a \cdot 3bc + 4ac \cdot 3b$ **d)** $4{,}5ab \cdot 8x - 2{,}5ax \cdot 9b + 5bx \cdot 3a$

**2** **a)** $8 \cdot (-5b)$ **b)** $4b \cdot (-e)$ **c)** $(-10a) \cdot (-12x)$ **d)** $(-n) \cdot (-m) \cdot (-x)$

**e)** $(-2x) \cdot 3y \cdot (-4z)$ **f)** $0{,}5x \cdot (-0{,}3y) \cdot 4$ **g)** $40 : (-8)$ **h)** $(-63c) : (-9)$

**i)** $(24 : 4) : 2$ **j)** $[24 : (-4)] : 2$ **k)** $[(-24) : (-4)] : 2$ **l)** $[(-24) : (-4)] : (-2)$

**3** Multiplizieren Sie die folgenden Summen:

**a)** $(a + 3) \cdot 6$ **b)** $(a - b) \cdot 7$ **c)** $8 \cdot (2a - 5b + 6)$ **d)** $(8 + 4x - a) \cdot (-4)$

**e)** $(a + b) \cdot 5 + 4 \cdot (a - b)$ **f)** $(2a + 3b) \cdot 2c + 4bc$ **g)** $(y - 9) \cdot (x - 3)$ **h)** $(n - 3) \cdot (a + 6)$

**4** Klammern Sie die gemeinsamen Faktoren aus:

**a)** $25 \cdot 12 + 15 \cdot 25 - 2 \cdot 25$ **b)** $ax - 4az + 7ay$ **c)** $24ab - 12by + 48ab$

**d)** $25ab + 125\,ac + 100ax$ **e)** $5bx - 2bx - 15bx$ **f)** $am + bm - cm + zm$

**g)** $(a + b) \cdot x + (a + b) \cdot y$ **h)** $(b - c) \cdot y + b - c$ **i)** $(a - b) \cdot x + (a - b) \cdot y$

[1] distribuere (lat.) = verteilen

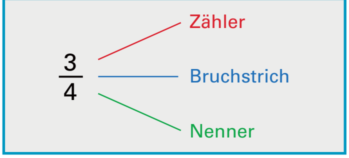
## 1.3 Rechnen mit Brüchen

Durch Division von ganzen Zahlen entstehen Brüche **(Tabelle 1)**. Sie können durch Kürzen und Erweitern verändert werden. Für das Bruchrechnen gelten besondere Rechenregeln **(Tabelle 2)**.

**Tabelle 1: Arten von Brüchen**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\frac{1}{5}$ Echter Bruch | $\frac{7}{4}$ Unechter Bruch | $\frac{4}{1}$ Scheinbruch | $1\frac{3}{4}$ Gemischte Zahl |
| $\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{5}{7}; \ldots$ | Gleichnamige Brüche, z. B. mit Hauptnenner 7 | $\frac{1}{7}; \frac{2}{5}; \frac{4}{9}; \ldots$ | Ungleichnamige Brüche |

**Bruch**




Eine Division durch Null ist nicht erlaubt.

**Tabelle 2: Rechenregeln an Beispielen**

| Rechenoperation | Beispiele |
|---|---|
| Erweitern, kürzen | $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot \mathbf{2}}{5 \cdot \mathbf{2}} = \frac{6}{10}; \quad \frac{27}{45} = \frac{27:\mathbf{9}}{45:\mathbf{9}} = \frac{3}{5}; \quad \frac{24xy}{30yz} = \frac{24xy:6y}{30yz:6y} = \frac{4x}{5z}$ |
| Hauptnenner suchen, summieren | $3 + \frac{1}{6} - \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot \mathbf{12}}{1 \cdot \mathbf{12}} + \frac{1 \cdot \mathbf{2}}{6 \cdot \mathbf{2}} - \frac{3 \cdot \mathbf{3}}{4 \cdot \mathbf{3}} = \frac{36}{\mathbf{12}} + \frac{2}{\mathbf{12}} - \frac{9}{\mathbf{12}} = \frac{29}{\mathbf{12}} = 2\frac{5}{12}$ |
| Multiplizieren | $\frac{2}{13} \cdot \mathbf{5} = \frac{2 \cdot \mathbf{5}}{13 \cdot \mathbf{1}} = \frac{10}{13}; \quad \frac{16}{5} \cdot \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}} = \frac{16 \cdot \mathbf{3}}{5 \cdot \mathbf{4}} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 1} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$ |
| Dividieren | $\frac{12}{17} : \mathbf{3} = \frac{12 \cdot \mathbf{1}}{17 \cdot \mathbf{3}} = \frac{4 \cdot 1}{17 \cdot 1} = \frac{4}{17}; \quad \frac{24}{35} : \frac{\mathbf{6}}{\mathbf{7}} = \frac{24 \cdot \mathbf{7}}{35 \cdot \mathbf{6}} = \frac{4 \cdot 1}{5 \cdot 1} = \frac{4}{5}$ |
| Rechnen mit Vorzeichen | $\frac{+4}{+5} = +\frac{4}{5}; \quad \frac{-4}{-5} = +\frac{4}{5}; \quad \frac{-4}{+5} = -\frac{4}{5}; \quad \frac{+4}{-5} = -\frac{4}{5}$ |
| Zähler und Nenner als Summenterme | $\frac{3}{5} - \frac{u+4}{v-1} = \frac{3(v-1)}{5(v-1)} - \frac{5(u+4)}{5(v-1)} = \frac{3v-3-(5u+20)}{5(v-1)} = \frac{3v-5u-23}{5(v-1)}$ |

### Beispiel

Überprüfen Sie mit dem ETR die Gleichung:

$$\frac{3}{4} + \frac{4}{5} - \frac{1}{2} = 0{,}75 + 0{,}80 - 0{,}50 = \mathbf{1{,}05} = \frac{21}{20} = 1\frac{1}{20}$$

3 ÷ 4 + 4 ÷ 5 − 2 $x^{-1}$ =

### Aufgaben zu 1.3

Berechnen Sie folgende Bruchterme:

**1** **a)** $\frac{1}{4} - \frac{3}{14} - \frac{3}{35}$ **b)** $\frac{9}{14} - \frac{1}{42} - \frac{17}{28} + \frac{2}{7}$ **c)** $\frac{5}{6} \cdot \frac{9}{35}$ **d)** $18 : \frac{24}{35}$ **e)** $\frac{121}{27} : \frac{66}{45}$

**2** **a)** $\frac{7}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}$ **b)** $\frac{1}{\frac{3}{4} - \frac{2}{5}}$ **c)** $\frac{-22}{\frac{1}{8} - \frac{5}{18}}$ **d)** $\frac{104glm}{130gm}$ **e)** $\frac{28ef}{-84ef}$ **f)** $\frac{-68kmr}{-102kr}$

**3** **a)** $\frac{1}{d} + \frac{1}{e}$ **b)** $\frac{6}{t} - \frac{1}{s}$ **c)** $\frac{3}{ab} + \frac{2}{bc}$ **d)** $\frac{15}{k} - 3 + \frac{7}{l}$ **e)** $\frac{3}{uv} + \frac{12}{uw} - 15$

**4** **a)** $\frac{2f}{3r} + \frac{g}{2s} - \frac{5h}{rs}$ **b)** $\frac{5l}{6a} - k + \frac{h}{12ab} + \frac{5l}{18a}$ **c)** $\frac{6ab}{38cd} \cdot \frac{57}{48a}$ **d)** $\frac{32b}{21cd} : \frac{20ab}{49d}$

**5** **a)** $\frac{6x-30}{8} : \frac{5x-25}{20y-4}$ **b)** $\frac{1-6v}{14s-2} : \frac{36v-6}{8-56s}$ **c)** $\frac{1}{\frac{2}{m} + \frac{3}{n}}$ **d)** $\frac{15a+10}{\frac{3}{2} + \frac{1}{a}}$

# 1.4 Potenzen und Wurzeln

## 1.4.1 Potenzen

Wenn ein Produkt aus lauter gleichen Faktoren besteht, so drückt man es verkürzt als Potenz aus **(Bild)**. Der Exponent gibt an, wie oft die Basis mit sich selbst multipliziert wird. Beim Rechnen mit Potenzen gelten Gesetze und Regeln **(Tabelle)**.

**Tabelle: Rechenregeln, Beispiele**

| | |
|---|---|
| $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$<br>$a^m : a^n = a^{m-n}$ | $5^3 \cdot 5^2 = (5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5) = 5^5 = 5^{3+2}$<br>$5^3 : 5^2 = (5 \cdot 5 \cdot 5) : (5 \cdot 5) = 5^1 = 5 = 5^{3-2}$ |
| $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$<br>$a^m : b^m = (a : b)^m$ | $5^3 \cdot 2^3 = (5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) = (5 \cdot 2)^3$<br>$5^3 : 2^3 = (5 \cdot 5 \cdot 5) : (2 \cdot 2 \cdot 2) = (5 : 2)^3$ |
| $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$<br>$1 : a^m = a^{-m}$ | $(5^3)^2 = (5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5) = 5^6 = 5^{3 \cdot 2}$<br>$1 : 5^2 = 5^{-2}$ |

➡ Vorsätze: **Seite 28**

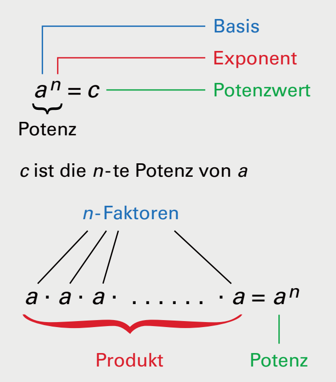



**Bild: Potenzen**

**Zehnerpotenzen** haben die Basis 10 und erlauben große und kleine Dezimalwerte übersichtlich darzustellen. Exponenten sollten wegen der Einheitenvorsätze, z. B. Mega = $10^6$, durch 3 teilbar sein, z. B. bei $8500000 = 85 \cdot 10^5 = \mathbf{8{,}5 \cdot 10^6}$.

Es gilt: $a^1 = a$; $a^0 = 1$

### Beispiel

Überprüfen Sie: $2500000 \cdot 0{,}042 = 25 \cdot 10^5 \cdot 42 \cdot 10^{-3} = 1050 \cdot 10^2 = \mathbf{105 \cdot 10^3 = 0{,}105 \cdot 10^6}$

$\boxed{25}\ \boxed{\times 10^x}\ \boxed{5}\ \boxed{\times}\ \boxed{42}\ \boxed{\times 10^x}\ \boxed{(-)}\ \boxed{3}\ \boxed{=}$

### Aufgaben zu 1.4

Berechnen Sie die folgenden Terme:

**1** **a)** $x^3 \cdot x^3$ **b)** $b^{2x} \cdot b^2$ **c)** $10^x \cdot 10^{2x}$ **d)** $7d^4 \cdot d^{-6}$ **e)** $3yx^{-3} \cdot y^5$ **f)** $2^{3x} \cdot 2^{-5x}$

**2** **a)** $(a + 1)^2$ **b)** $(4y - 5)^2$ **c)** $(3 + 2b)^2$ **d)** $(x + y)^2$ **e)** $(x - y)^2$ **f)** $(2r + 3s)^2$

**3** **a)** $(a + b)^2$ **b)** $(a - b)^2$ **c)** $(a + b)^3$ **d)** $(a - b)^3$ **e)** $(a + b)^4$ **f)** $(a - b)^4$

**4** **a)** $(2t : 3)^2$ **b)** $(5 : 2b)^3$ **c)** $(7x : 4y)^{-2}$ **d)** $(2 : (x + 1))^2$ **e)** $((5 - x) : (5 + x))^2$

**5** **a)** $(x^2)^5$ **b)** $(y^2)^3$ **c)** $(10^x)^2$ **d)** $(2^y)^5$ **e)** $(10^2)^{x+1}$ **f)** $(2^3)^{v-2}$

**6** **a)** $3^2$; $30^2$; $300^2$ **b)** $8^2$; $80^2$; $800^2$; $8000^2$ **c)** $7^2$; $0{,}7^2$; $0{,}07^2$ **d)** $9^2$; $0{,}9^2$; $0{,}09^2$; $0{,}009^2$
**e)** $2^3$; $20^3$; $200^3$ **f)** $0{,}5^3$; $5^3$; $50^3$; $500^3$ **g)** $(-10)^3$; $(-0{,}1)^3$ **h)** $(-4)^3$; $(-0{,}4)^3$; $(-0{,}04)^3$

**7** Berechnen Sie die folgenden Terme als Dezimalbrüche und geben Sie die Ergebnisse in Zehnerpotenzschreibweise an.

**a)** $0{,}004 \cdot 500$ **b)** $0{,}035 \cdot 6000$ **c)** $0{,}00048 \cdot 750000$ **d)** $0{,}000024 \cdot 1500$ **e)** $0{,}00016 \cdot 45000$
**f)** $600 : 12000$ **g)** $480 : 160000$ **h)** $0{,}020 : 5500$ **i)** $0{,}0072 : 3600$ **j)** $0{,}00042 : 35000$

**8** Vereinfachen Sie mithilfe der Rechenregeln **(Tabelle)**:

**a)** $\dfrac{10^2 \cdot 10^7}{10^{-3} \cdot 10^5}$ **b)** $\dfrac{10^3}{10^9 \cdot 10^{-3}}$ **c)** $\dfrac{10^2 \cdot (10^{-6})^2}{10^{-7} \cdot 10^{-2}}$ **d)** $\dfrac{10^5 \cdot 10^{-2}}{10^{-12} \cdot 10^9}$

**9** Zerlegen Sie in Faktoren mit Zehnerpotenzen und berechnen Sie:

**a)** $\dfrac{48000 \cdot 500}{0{,}06}$ **b)** $\dfrac{34000 \cdot 0{,}5}{50000}$ **c)** $\dfrac{0{,}0078 \cdot 0{,}025}{13000 \cdot 0{,}0005}$ **d)** $\dfrac{56000 \cdot 0{,}005}{35000}$

## 1.4.2 Wurzeln

Das Wurzelziehen (Radizieren[1]) ist die Umkehrfunktion des Potenzierens. Dabei wird eine Zahl $c$ in eine vorgeschriebene Anzahl $n$ gleicher Faktoren zerlegt **(Bild)**. Dieser Faktor ist der Wurzelwert $a$. Die Rechenregeln **(Tabelle)** sind zu beachten. Ist der Wurzelexponent 2, spricht man von einer Quadratwurzel, ist er 3, von einer Kubikwurzel. Bei der Quadratwurzel kann der Wurzelexponent weggelassen werden.

**Tabelle: Rechenregeln, Beispiele**

| | |
|---|---|
| $\sqrt[n]{c \cdot d} = \sqrt[n]{c} \cdot \sqrt[n]{d}$<br>$\sqrt[n]{c : d} = \sqrt[n]{c} : \sqrt[n]{d}$ | $\sqrt[2]{9 \cdot 4} = \sqrt[2]{9} \cdot \sqrt[2]{4} = 3 \cdot 2 = 6 = \sqrt[2]{36}$<br>$\sqrt[2]{36 : 4} = \sqrt[2]{36} : \sqrt[2]{4} = 6 : 2 = 3 = \sqrt[2]{9}$ |
| $\sqrt[n]{c} = c^{1/n}$<br>$\sqrt[n]{c^m} = c^{m/n}$ | $\sqrt[3]{8} = 2 = 8^{1/3}$<br>$\sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 8^{2/3}$ |

Wurzelexponent

Radikand (Basis)

$\underbrace{\sqrt[n]{c}}_{\text{Wurzel}} = a$ Wurzelwert

$a$ ist die $n$-te Wurzel aus $c$

**Bild: Wurzeln**

### Beispiel

Bestimmen Sie mit dem ETR **a)** die Quadratwurzel aus 25, **b)** die Kubikwurzel aus 64 und **c)** die 4-te Wurzel aus 625.

**a)** $\sqrt{25} = 5$

$\boxed{\sqrt{\blacksquare}}$ $\boxed{25}$ $\boxed{=}$ $\boxed{5}$

**b)** $\sqrt[3]{64} = 4$

$\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\sqrt{\blacksquare}}$ $\boxed{(\sqrt[3]{\blacksquare})64}$ $\boxed{=}$ $\boxed{4}$

**c)** $\sqrt[4]{625} = 5$

$\boxed{4}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{x^{\blacksquare}}$ $\boxed{(\sqrt[\blacksquare]{\square})}$ $\boxed{625}$ $\boxed{=}$ $\boxed{5}$

**Wurzel als Potenz**

$\sqrt[n]{c^m} = c^{\frac{m}{n}}$

Es gelten die Potenzrechenregeln:

- Eine Wurzel mit geradzahligem Wurzelexponent und negativem Radikand hat im Bereich der reellen Zahlen keine Lösung, z. B.: $\sqrt{-25}$
- Wurzeln und Potenzen mit dem gleichen Exponenten heben sich auf, z. B.:

$(\sqrt[5]{4})^5 = (4^{\frac{1}{5}})^5 = 4^{\frac{1}{5} \cdot 5} = 4$

### Aufgaben zu 1.4.2

Schreiben Sie als Potenzen, z. B. $a^3$, bzw. als Produkte von Potenzen, z. B. $\frac{2a}{5c^2}$, und berechnen Sie.

**1** **a)** $\sqrt[k]{a^{3k}}$ **b)** $\sqrt[3]{b^{6n}}$ **c)** $\sqrt[2]{x^{4s}}$ **d)** $\sqrt[x]{k^{2xy}}$ **e)** $\sqrt[4]{(81z)^2}$ **f)** $\sqrt[2]{(4b)^3}$ **g)** $\sqrt[3]{(8a)^2}$

**2** **a)** $\sqrt{\frac{16a^2}{49c^4}}$ **b)** $\sqrt{\frac{36a^2 \cdot c^4}{225b^2}}$ **c)** $\sqrt{\frac{256q^2}{625s^4 \cdot t^2}}$ **d)** $\sqrt[3]{\frac{343m^6}{216n^3}}$ **e)** $\sqrt[3]{\frac{27d^6}{125f^3}}$ **f)** $\sqrt[3]{\frac{64x^3}{343z^6}}$

**3** Berechnen Sie die folgenden Terme und vergleichen Sie die Ergebnisse miteinander.

**a)** $\sqrt{4};\ \sqrt{40};\ \sqrt{400};\ \sqrt{4000};\ \sqrt{40\,000}$ **b)** $\sqrt{7};\ \sqrt{70};\ \sqrt{700};\ \sqrt{7000};\ \sqrt{70\,000}$

**c)** $\sqrt{900};\ \sqrt{90};\ \sqrt{9};\ \sqrt{0{,}9};\ \sqrt{0{,}09};\ \sqrt{0{,}009}$ **d)** $\sqrt{500};\ \sqrt{50};\ \sqrt{5};\ \sqrt{0{,}5};\ \sqrt{0{,}05};\ \sqrt{0{,}005}$

**4** Lösen Sie folgende Aufgaben mit dem Taschenrechner.

**a)** $\sqrt[2]{2^6};\ \sqrt[3]{5^6};\ \sqrt[2]{4^5};\ \sqrt[3]{8^2};\ \sqrt[3]{27^2}$ **b)** $\sqrt[2]{9 \cdot 10^4};\ \sqrt[3]{640 \cdot 10^5};\ \sqrt[4]{(16{,}9 \cdot 10^{-5})^2}$

Berechnen Sie:

**5** $\sqrt{u^2 + v^2}$ für **a)** $u = 8;\ v = 6$ **b)** $u = 10;\ v = 7{,}5$ **c)** $u = 0{,}48;\ v = 0{,}36$

**6** **a)** $3\sqrt{36ab}$ **b)** $2\sqrt{50x}$ **c)** $6\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot 5\sqrt{\frac{8}{9}} \cdot 3\sqrt{\frac{3}{2}}$ **d)** $\sqrt{121x + 121y}$

**7** **a)** $\sqrt[3]{\frac{64c}{343d}}$ **b)** $3 \cdot \sqrt[3]{\frac{8nx}{27x^2} \cdot 64ab}$ **c)** $\sqrt{\frac{5xy}{60}} : \sqrt{\frac{10x}{30}}$ **d)** $\sqrt{\frac{5x}{6}} : \sqrt{\frac{20}{12x}}$

**8** **a)** $\sqrt[x]{\sqrt{b^x}}$ **b)** $\sqrt{\sqrt[3]{y^2}}$ **c)** $\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^2}} \cdot \sqrt{\sqrt[6]{a^{10}}} + \sqrt[9]{b^6 \cdot \sqrt[4]{b^{12}}}$ **d)** $\sqrt[5]{\sqrt{m^5}} + 3\sqrt[4]{\sqrt[3]{m^6}}$

**9** **a)** $\left(5a \cdot \sqrt{\frac{2b}{50c^3}}\right)^2$ **b)** $\left(\frac{3m}{2n} \cdot \sqrt[3]{\frac{n^2}{m^2}}\right)^3$ **c)** $\sqrt{\frac{16x + 32y}{25a - 50b}}$ **d)** $\sqrt{\frac{50m}{27n}} : \sqrt{\frac{2m^3}{3n^3}}$

[1] Radix (lat.) = Wurzel

# 1.5 Logarithmen

## 1.5.1 Rechnen mit Logarithmen

Zur Ermittlung des Exponenten einer Potenz verwendet man das Rechnen mit Logarithmen **(Bild)**.

In der **Tabelle 1** sind die Rechenregeln mit Beispielen dargestellt. Die verschiedenen Arten von Logarithmen sind in **Tabelle 2** erklärt.

➡ **Anwendungen von Logarithmen (Beispiele):**

- Ladevorgänge bei Kondensatoren: **Seite 80**,
- Pegelberechnung: **Seite 220**,
- Kennlinien über große Zahlenbereiche: **Seite 73**

$\log_a c = n$ — Logarithmus

$c$ — Numerus[1)]

$a$ — Basis

$n$ ist der Logarithmus von $c$ zur Basis $a$

$a^n = c$

$\Longrightarrow$ aufgelöst nach $n$

$\Longrightarrow n = \log_a c$

Bsp.: $1000 = 10^n$

$\Longrightarrow n = \log_{10} 1000 = 3$

**Bild: Logarithmen**

**Tabelle 1: Rechenregeln, Beispiele**

| | |
|---|---|
| $\log_a c + \log_a d = \log_a (c \cdot d)$ | $\lg 1000 + \lg 10 = 3 + 1 = 4 = \lg (1000 \cdot 10) = \lg 10^4$ |
| $\log_a c - \log_a d = \log_a \left(\frac{c}{d}\right)$ | $\lg 1000 - \lg 10 = 3 - 1 = 2 = \lg (1000 : 10) = \lg 10^2$ |
| $k \cdot \log_a c = \log_a (c^k)$ | $2 \cdot \lg 1000 = 2 \cdot 3 = 6 = \lg (1000^2) = \lg 10^6$ |
| $\frac{1}{n} \cdot \log_a c = \log_a (c^{1/n}) = \log_a \left(\sqrt[n]{c}\right)$ | $\frac{1}{3} \cdot \lg 1000 = \frac{1}{3} \cdot 3 = 1 = (\lg 1000^{\frac{1}{3}} = \lg (10))$ |

**Tabelle 2: Arten von Logarithmen**

| **Arten** | Zehnerlogarithmus, dekadischer Logarithmus (lg) | Zweierlogarithmus, binärer Logarithmus (lb) | natürlicher Logarithmus (ln) |
|---|---|---|---|
| **Basis** | 10 | 2 | e[*)] = 2,718 … |
| **Schreibweise** | $\log_{10} c = \lg c$ | $\log_2 c = \mathrm{lb}\, c$ | $\log_e c = \ln c$ |

### Beispiel 1

Berechnen Sie: lg 5 + lg 4 mit dem ETR mit den Lösungen **a)** und **b)** und der Probe **c)**:

**a)** $\lg 5 + \lg 4 = 0{,}699 + 0{,}602 = 1{,}301$

[SHIFT] [(–)] (log) [5] [)] [+] [SHIFT] [(–)] (log) [4] [)] [=]

**b)** $\lg 5 + \lg 4 = \lg (5 \cdot 4) = \lg 20 = 1{,}301$

[SHIFT] [(–)] (log) [5] [×] [4] [)] [=]

**c)** $10^{1{,}301} = 20$

[SHIFT] [log▪□] (10▪) [1] [,] [3] [0] [1] [=]

### Beispiel 2

Berechnen Sie: $\ln \left(\sqrt[3]{52^4}\right)$ mit dem ETR mit den Lösungen **a)** und **b)** sowie der Probe **c)**:

**a)** $\ln \left(\sqrt[3]{52^4}\right) = 4/3 \cdot \ln 52 = 5{,}268$

[4] [÷] [3] [×] [ln] [52] [)] [=]

**b)** $\ln \left(\sqrt[3]{52^4}\right) = \ln (52^{4/3}) = 5{,}268$

[ln] [SHIFT] [√▪] (∛▪) [52] [x▪] [4] [=]

**c)** $e^{5{,}268} = 194 = 52^{4/3}$

[SHIFT] [ln] ($e$▪) [5,268] [=]

### Aufgaben zu 1.5

**1** Ermitteln Sie die Zehnerlogarithmen der gegebenen Zahlenwerte $c$ (Numeri).

**a)** 100000; 10000; 1000; 100; 10; 1; 0,1 **b)** 50000; 5000; 500; 50; 5; 0,5; 0,05; 0,005

**2** Berechnen Sie wie in **Beispiel 1** die Terme $\lg c + \lg d$ und $\ln c + \ln d$ (2 Lösungen mit Probe).

**a)** $c = 250$; $d = 320$ **b)** $c = 25$; $d = 32$ **c)** $c = 4{,}5$; $d = 80$ **d)** $c = 0{,}45$; $d = 8{,}0$

**3** Berechnen Sie wie in **Beispiel 2** die folgenden Terme (2 Lösungen mit Probe):

**a)** $\lg \left(\sqrt{7^3}\right)$ **b)** $\lg \left(\sqrt[3]{10^2}\right)$ **c)** $\ln (500^{2/3})$ **d)** $\ln (68^{3/4})$ **e)** $\lg (0{,}6^{3/4})$ **f)** $\ln (0{,}047^{3/5})$

[1)] Numerus (lat.) = Zahl [*)] Eulersche Zahl: e = 2,71828 …

## 1.5.2 Logarithmische Maßstäbe

➡ Arbeiten mit Kennlinien: **Seite 72**

Durch den logarithmischen Maßstab ist es möglich, Kennlinien über große Wertebereiche darzustellen **(Bild 1)**. Diese Kennlinien können einfachlogarithmisch (z. B. X-Achse: linear, Y-Achse: logarithmisch) oder doppellogarithmisch (beide Achsen logarithmisch) dargestellt werden. Logarithmisch geteilte Achsen haben folgende Eigenschaften:

- Die Achsen werden in Dekaden eingeteilt.
- Eine Dekade umfasst die Werte von $10^n$ bis $10^{n+1}$, z. B. von 0,1 bis 1 oder 1 bis 10 oder 10 bis 100.
- Der Abstand von Dekade zu Dekade, z. B. von 1 bis 10 oder von 10 bis 100, ist immer gleich lang, z. B.100 mm.
- Die Abstände innerhalb einer Dekade sind logarithmisch geteilt **(Beispiel 1)**.
- Wird die Dekade 10 bis 100, im **Beispiel 1**, in 10 gleiche Teile eingeteilt, so entspricht der Wert 20 einer Strecke von etwa 3 Teilen und der Wert 50 einer Strecke von etwa 7 Teilen zum Ursprung. Die Teilung der Dekade in der Mitte entspricht etwa dem Wert 30.
- Die logarithmische Darstellung hat keinen Nullpunkt.

### Beispiel 1

In einem Koordinatensystem soll die X-Achse logarithmisch geteilt werden. Der Ursprung hat den Wert $x_0 = 10$, eine Dekade hat die Länge $a_1 = 100$ mm. Bestimmen Sie **a)** für den Wert $x_2 = 70$ den Abstand $a_2$ vom Ursprung und **b)** den Zahlenwert $x_3$ des Punktes, welcher 60 mm vom Ursprung entfernt ist.

**Lösung:**

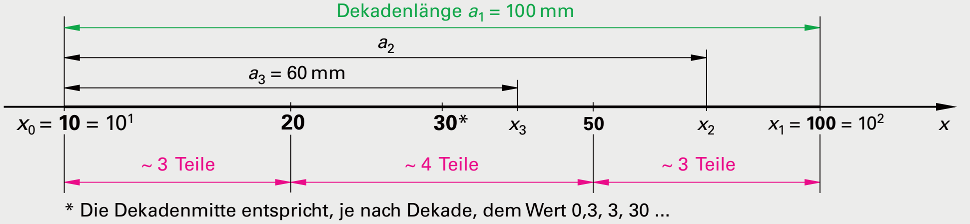



**Bild 1: Logarithmische Teilung**

**a)** $a_2 = a_1 \cdot \lg \frac{x_2}{x_0} = 100\text{ mm} \cdot \lg \frac{70}{10} = 84{,}5\text{ mm}$ **b)** $x_3 = x_0 \cdot 10^{\frac{a_3}{a_1}} = 10 \cdot 10^{\frac{60\text{ mm}}{100\text{ mm}}} = 39{,}8 \approx 40$

### Beispiel 2

Die Kennlinie einer Leuchtdiode vom Typ CQX 35 **(Datenblatt Seite 284)** soll im Bereich 1 mA bis 10 mA in einem größeren Maßstab dargestellt werden. Die Länge der Dekade ist 36 mm. Die X-Achse wird von 1,5 V bis 1,66 V gezeichnet (Maßstab: 8 mm ≙ 40 mV). Zeichnen Sie die LED-Kennlinie für die Werte 1 mA, 2 mA, 3 mA, 5 mA und 10 mA ein.

**Lösung:**
Zuerst die Werte aus der Kennlinie mit logarithmischer Darstellung (Datenblatt) entnehmen und in die Tabelle eintragen. Dann die Kennlinie im Bereich von 1 mA bis 10 mA neu zeichnen **(Bild 2)**.

| $I$ in mA | 1 | 2 | 3 | 5 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|
| $U$ in V | 1,52 | 1,56 | 1,58 | 1,6 | 1,64 |

### Aufgaben zu 1.5.2

**1** Erstellen Sie eine logarithmische Teilung von $10^{-2}$ bis $10^4$ auf einer Achsenlänge von 12 cm.

**2** Die Eingangskennlinie eines NPN-Transistors BC 107 **(Datenblatt Seite 285)** soll im Bereich 10 µA bis 100 µA in einem größeren Maßstab dargestellt werden. Die Länge der Dekade ist 60 mm. Die X-Achse wird von 0,5 V bis 0,6 V gezeichnet (Maßstab: 1 cm ≙ 20 mV). Zeichnen Sie die Werte für 10 µA, 20 µA, 30 µA, 50 µA und 100 µA ein.

**3** Ermitteln Sie aus der Strom-Zeit-Kennlinie (doppellogarithmisches Diagramm) einer 16 A Schmelzsicherung **(Datenblatt Seite 279)** die maximalen Auslöseströme bei **a)** 5 Sekunden, **b)** 400 ms, **c)** 200 ms und **d)** 100 ms.

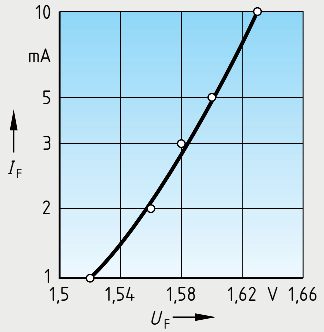



**Bild 2: LED-Kennlinie (Auszug)**

# 1.6 Gleichungen und Formeln

## 1.6.1 Arbeiten mit Gleichungen

➡ Arbeiten mit Formeln: **Seite 18**

Eine Gleichung setzt zwei Terme gleich. Sie enthält Zahlen und Variablen.

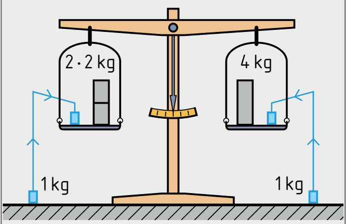
| 16 | = | $3\,x - 5$ |
|---|---|---|
| Linke Seite, Linksterm | Gleichheitszeichen | Rechte Seite, Rechtsterm |

Die Variable $x$ ist ein Platzhalter für einen Zahlenwert. Um den Wert für $x$ zu finden, müssen beide Terme so lange verändert werden, bis die gesuchte Größe (Variable) allein auf der linken Seite steht.

Eine Waage im Gleichgewicht veranschaulicht diese Regeln **(Tabelle 1)**. Dabei gelten die Regeln der äquivalenten (gleichwertigen) Umformung **(Tabelle 2)**.

Äquivalente (gleichwertige) Umformung: Man darf beide Seiten einer Gleichung gegeneinander vertauschen oder durch Rechnung gleichwertig verändern **(Tabelle 2)**.

**Tabelle 1: Waage und Gleichung**




**Waage bleibt im Gleichgewicht**

| Linke Seite | = | Rechte Seite |
|---|---|---|
| 2 · 2 kg | = | 4 kg |
| 2 · 2 kg + **1kg** | = | 4 kg + **1 kg** |

**Tabelle 2: Regeln für das äquivalente Umformen von Gleichungen, Beispiele**

| **Linke Seite, Linksterm** | **=** | **Rechte Seite, Rechtsterm** |
|---|---|---|
| Seiten gegeneinander vertauschen, z. B.: | | $16 = 3x - 5 \Rightarrow 3x - 5 = 16$ |
| gleichen Wert, z.B. 5, addieren: | | $7x - 5 = 23 \Rightarrow 7x = 28$ |
| gleichen Wert, z.B. 7, subtrahieren: | | $5x + 7 = 25 \Rightarrow 5x = 18$ |
| mit gleichem Wert, z. B. 5, multiplizieren: | | $2x = 5 \Rightarrow 10x = 25$ |
| durch gleichen Wert, z. B. 6, dividieren: | | $6x = 18 \Rightarrow x = 3$ |
| auf beiden Seiten Kehrwert bilden, z. B.: | | $2/x = 5/3 \Rightarrow x/2 = 3/5$ |
| auf beiden Seiten quadrieren, z. B.: | | $x = 5 \Rightarrow x^2 = 25$ |
| auf beiden Seiten Wurzel ziehen, z. B.: | | $x^2 = 7 \Rightarrow x = \pm\sqrt{7}$ |
| beide Seiten logarithmieren, z. B.: | | $e^x = 5 \Rightarrow x = \ln 5$ |

**Tabelle 3: Gleichungen, Beispiele**

**Beispiel 1: Auflösen nach *x***

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Ausgangsgleichung:** | **16** | = | $\mathbf{3\,x - 5}$ |
| **5** addieren: | $16 + \mathbf{5}$ | = | $3\,x - 5 + \mathbf{5}$ |
| **5** addiert: | 21 | = | $3\,x$ |
| Seiten vertauscht: | $3\,x$ | = | 21 |
| Durch **3** teilen: | $\frac{3\,x}{\mathbf{3}}$ | = | $\frac{21}{\mathbf{3}}$ |
| **Lösung:** | $\boldsymbol{x}$ | = | **7** |
| **Probe:** | 16 | = | $3 \cdot \mathbf{7} - 5 \Rightarrow 16 = 16$ |

**Beispiel 2: Auflösen nach *y***

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Ausgangsgleichung:** | $\mathbf{\frac{1}{2\,y - 3}}$ | = | **5** |
| Kehrwert bilden: | $2\,y - 3$ | = | $\frac{1}{5}$ |
| Mit **5** multiplizieren: | $(2\,y - 3) \cdot \mathbf{5}$ | = | $0{,}2 \cdot \mathbf{5}$ |
| Mit **5** multipliziert: | $10\,y - 15$ | = | 1 |
| **15** addieren: | $10\,y - 15 + \mathbf{15}$ | = | $1 + \mathbf{15}$ |
| **15** addiert: | $10\,y$ | = | 16 |
| **Lösung:** | $\boldsymbol{y}$ | = | **1,6** |

**Beispiel 3: Auflösen nach *z***

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Ausgangsgleichung:** | $\mathbf{\frac{5\,z^2}{4}}$ | = | **80** |
| Mit **4/5** multiplizieren: | $\frac{5\,z^2 \cdot \mathbf{4}}{4 \cdot \mathbf{5}}$ | = | $\frac{80 \cdot \mathbf{4}}{\mathbf{5}}$ |
| Mit **4/5** multipliziert: | $z^2$ | = | 64 |
| Wurzelziehen: | $\sqrt{z^2}$ | = | $\pm\sqrt{64}$ |
| **Lösung:** | $\boldsymbol{z}$ | = | $\pm\sqrt{\mathbf{64}} = \pm\,\mathbf{8}$ |

**Beispiel 4: Auflösen nach *t***

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Ausgangsgleichung:** | $\mathbf{12 \cdot e^{-\frac{t}{4}}}$ | = | **6** |
| Durch **12** geteilt: | $e^{-\frac{t}{4}}$ | = | 0,5 |
| Logarithmiert: | $-\frac{t}{4}$ | = | $+\ln 0{,}5$ |
| Vorzeichen umgekehrt: | $+\frac{t}{4}$ | = | $-\ln 0{,}5$ |
| **Lösung:** | $\boldsymbol{t}$ | = | $\mathbf{-4 \cdot \ln 0{,}5 = 2{,}77}$ |