Mehr Informationen zum Titel

Kapitel 9
Drehstrom

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit dem Dreiphasenwechselstrom, der auch Drehstrom genannt wird. Im Folgenden werden seine Erzeugung und Anwendung sowie die typischen Schaltungen besprochen: die Stern- und die Dreieckschaltung.

9.1 Erzeugung von Wechselspannungen und Drehstrom

Wie Sie in den vorangegangenen Kapiteln, insbesondere in Kapitel 6, gesehen haben, kann mithilfe der Induktion eine Wechselspannung erzeugt werden.

Hierzu war es z. B. notwendig, eine Spule in einem Magnetfeld zu bewegen oder eine Spule einem sich ständig ändernden Magnetfeld auszusetzen. Dieses Prinzip wird auch dazu verwendet, unsere Haushalte mit Strom zu versorgen.

Generatorprinzip

Die Maschinen, die über die Induktion eine Spannung generieren, werden als *Generatoren* bezeichnet (siehe Abbildung 9.1).

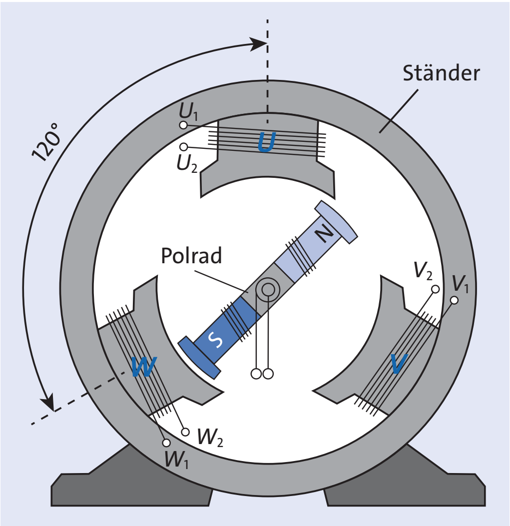

Abbildung 9.1 Generator zur Erzeugung von Wechselspannungen

Das Kernstück eines Generators ist ein sich drehender Permanentmagnet. Jeweils im Winkel von 120° sind um diesen Magneten Spulen angeordnet. Diese Spulen werden mit U, V und W bezeichnet.

Führt der Magnet eine kontinuierliche Drehbewegung aus, so ändert sich für jede Spule das Magnetfeld, dem sie ausgesetzt ist. Denn je nach Stellung des Magneten liegen die Spulen mal im Feld des Nordpols, mal im Feld des Südpols.

Diese Magnetfeldänderung wiederum induziert nach dem Induktionsgesetz

$$U_{\text{ind}} = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$$

in jeder Spule die gleiche Spannung.

Durch die Anordnung der Spulen besitzt allerdings jede induzierte Spannung zu einem anderen Zeitpunkt ihr Maximum, nämlich jeweils 120° später.

Die durch dieses Verfahren entstandenen Spannungen sehen dann so aus wie in Abbildung 9.2 schematisch dargestellt.

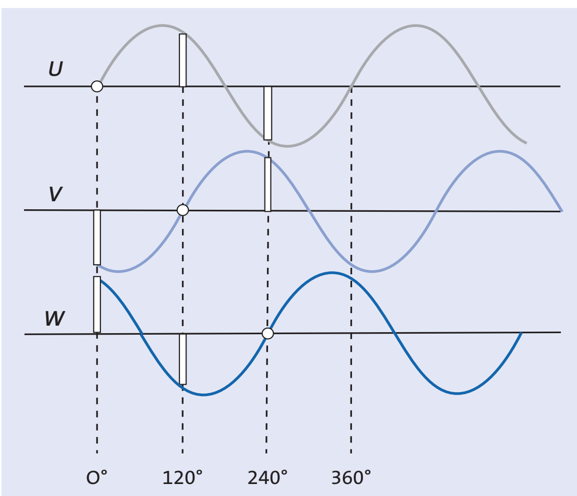

Abbildung 9.2 Die an den Spulen U, V und W eines Generators induzierten Spannungen

Die drei um 120° phasenverschobenen Spannungen, die in einem Generator erzeugt werden, werden als Dreiphasenwechselspannung bezeichnet, denn die drei phasenverschobenen Spannungen werden *Phasen* genannt.

Im allgemeinen Sprachgebrauch sind jedoch die Bezeichnungen *Drehstrom* oder *Starkstrom* üblich.

An allen drei Spulen eines Generators wird also die gleiche, allerdings phasenverschobene Spannung induziert. Nehmen Sie an, es seien jeweils 230 V. Wenn Sie diese drei Spannungen nun verwenden möchten, um z. B. Ihr Haus damit zu versorgen, so bräuchten Sie zunächst sechs Leitungen. Durch passende Verschaltung der Spulen können aber Leitungen gespart werden (siehe Abbildung 9.3).

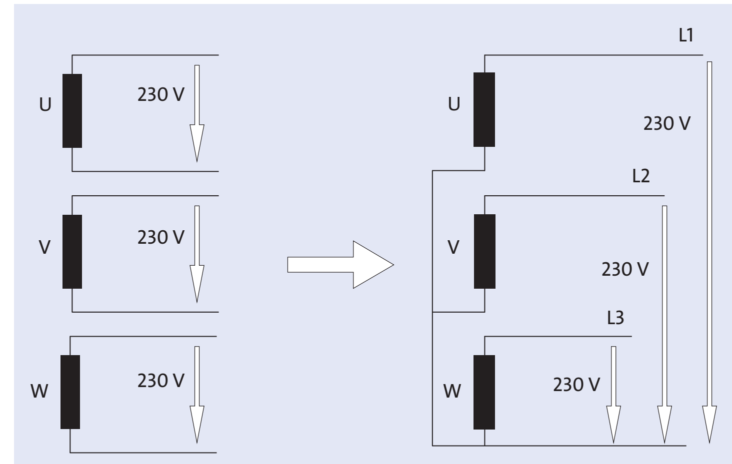

Abbildung 9.3 Sternschaltung der Spulen U, V und W

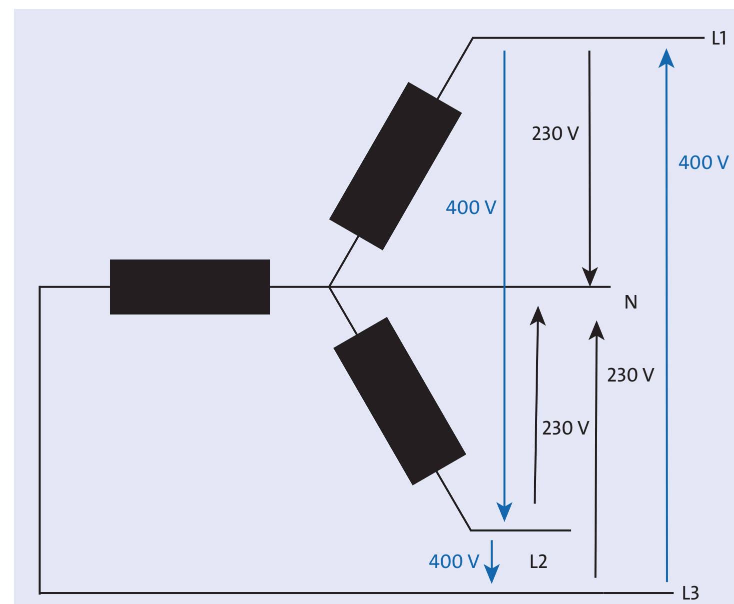

Abbildung 9.4 Spannungen bei Sternschaltung der Generatorspulen

Da an den Spulen durch die Induktion effektiv 230 V anliegen, können die Spulen auf einer Seite miteinander verbunden werden, und die 230 V sind jeweils gegen das andere Ende der Spule zu messen. Die spannungsführenden Leitungen heißen *L1*, *L2* und *L3*. Diese Schaltung wird als *Sternschaltung* bezeichnet. Die Leitung, gegen die an *L1*, *L2* und *L3* jeweils 230 V anliegen, wird *N-Leiter*, *Null-Leiter* oder *Neutral-Leiter* genannt. Wenn Sie die Schaltung etwas umzeichnen, ist die Sternform aus Abbildung 9.4 zu erkennen.

In Abschnitt 7.4 haben Sie schon berechnet, wie groß die Spannung zwischen zwei 230-V-Leitungen mit einer Phasenverschiebung von 120° ist. Das Ergebnis war $\sqrt{3} \cdot 230\ \text{V} = 398{,}4\ \text{V}$, aufgerundet 400 V. Zwischen den Leitungen *L1* und *L2*, *L2* und *L3* sowie *L3* und *L1* liegt also jeweils eine Spannung von 400 V an. Daher spricht man beim Drehstrom auch vom *400-V-System*.

Der Weg vom Kraftwerk nach Hause

Die Dreiphasenwechselspannung wird in einem Kraftwerk mithilfe eines Generators erzeugt. Dann wird sie zunächst auf eine Mittelspannung, eine Spannung im zweistelligen kV-Bereich, und letztendlich auf eine Hochspannung im dreistelligen kV-Bereich hochtransformiert. Über Hochspannungsleitungen werden die Spannungen dann in die Nähe des Verbrauchers gebracht. In einem Umspannwerk werden sie wieder zu einer Mittelspannung und in kleinen Trafostationen kurz vor unseren Haustüren auf 400 V transformiert. Spannungen unterhalb von 1000 V werden als *Niederspannung* bezeichnet.

Durch die Transformation wird erreicht, dass der Strom bei annähernd gleichbleibender Leistung klein bleiben kann, denn ein hoher Strom über eine mehrere Kilometer lange Leitung zu transportieren, würde einen sehr großen Querschnitt der Leitungen erfordern, um die Wirkleistungsverluste auf der Leitung klein zu halten. Ebenso würden die Leitungen sehr schwer und sehr teuer werden.

In unserem Keller bekommen wir dann vom Energieversorger die Dreiphasenwechselspannung mit einem Wert von jeweils 230 V geliefert, nämlich die Spannungen auf den oben genannten Leitungen *L1*, *L2* und *L3*. *L1* führt die Induktionsspannung von U, *L2* die von V und *L3* die von W.

In der Praxis werden die Spannungen mit den Leitungen gleichgesetzt. Mit *L1* wird dann z. B. sowohl die Leitung als auch die Spannung bezeichnet.

Motorprinzip

Das Prinzip des Generators kann auch umgekehrt werden. *Umgekehrt* insofern, als dass der Strom, der im Vorfeld in einem Generator erzeugt wurde, nun eine Maschine antreibt, die wir *Motor* nennen. Den grundsätzlichen Aufbau sehen Sie in Abbildung 9.5.

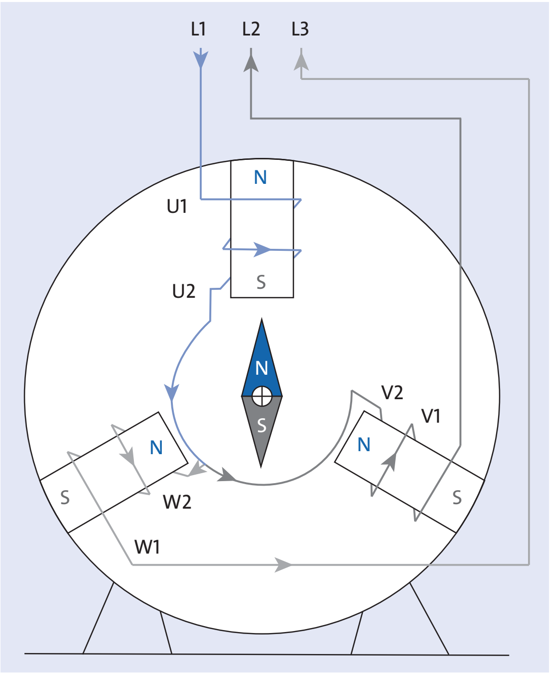

Abbildung 9.5 Prinzipieller Aufbau eines Motors – hier ist ein sogenannter Synchronmotor dargestellt.

Ein Motor besitzt prinzipiell wie ein Generator drei Spulen, die mit U, V und W bezeichnet werden. In der Mitte ist ein Magnet angebracht, der drehbar gelagert ist. Der Magnet kann allerdings auch durch eine stromdurchflossene Spule realisiert werden.

Schließen Sie nun an die Spulen den Drehstrom an, also *L1* an U, *L2* an V, *L3* an W, dann entsteht an jeder Spule ein Magnetfeld, das sich aufgrund der sinusförmigen Spannung ändert.

Betrachten Sie zuerst die Spule U: Das Magnetfeld, das an dieser Spule aufgebaut wird, ändert sich mit der angelegten Spannung. Nehmen Sie an, dass sich der Südpol der Spule U, wie in Abbildung 9.5 dargestellt, auf der Unterseite der Spule befindet, wenn *L1* sein Maximum erreicht hat. Der drehbare Magnet wird sich dann mit seinem Nordpol zum Südpol der Spule hin ausrichten. Die Spannung ändert sich aber kontinuierlich und somit auch das Magnetfeld. An der Spule U wird nun der das Feld des Nordpols immer stärker. Der Magnet wird sich jetzt von der Spule wegbewegen.

Es gibt nun potenziell zwei Möglichkeiten: Der Magnet dreht sich nach rechts oder nach links. Er bewegt sich zu der Spule hin, bei der als Nächstes der Südpol auf der Unterseite der Spule zu finden ist. Aufgrund der Phasenverschiebung wird das aber die Spule sein, an die *L2* angeschlossen ist, denn diese Spannung erreicht als nächste ihr Maximum. Somit ist eine klare Drehrichtung des Motors vorgegeben. Der Motor in Abbildung 9.5 dreht sich nach rechts.

Wenn *L2* und *L3* vertauscht würden, so würde er sich nach links drehen.

Die 120°-Phasenverschiebung gibt also eine klare Drehrichtung vor. Man spricht hier auch von *Rechts-* oder *Linksdrehfeld* und dadurch erklärt sich auch die Bezeichnung *Drehstrom*.

Bei nur zwei Spannungen und einer 180°-Anordnung wäre nie klar, in welche Richtung der Motor dreht, und somit wäre dieser »Motor« nicht funktionsfähig.

9.2 Symmetrisch belastete Drehstromsysteme

Der Transformator, der die Mittelspannung auf die Niederspannung heruntertransformiert, hat den Aufbau aus Abbildung 9.6.

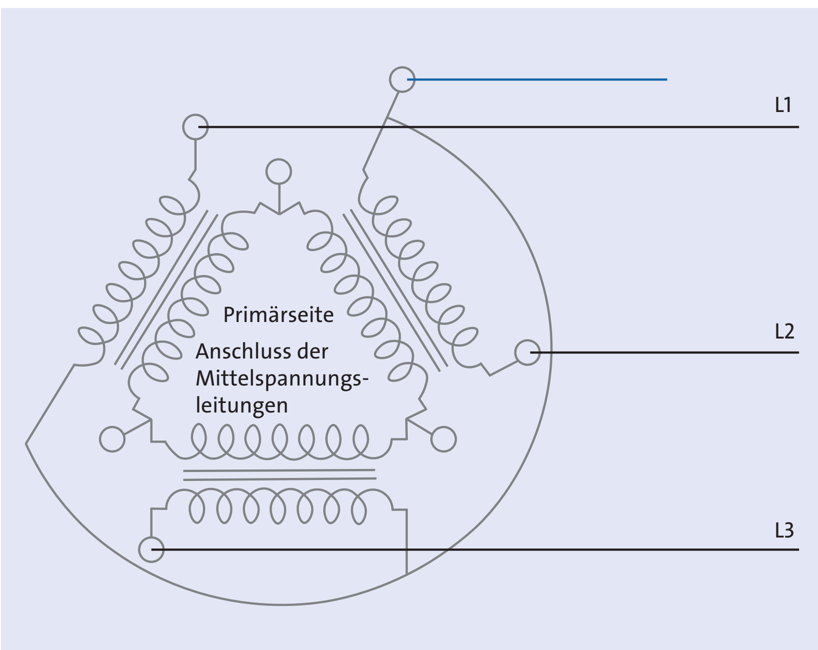

Abbildung 9.6 Transformation von Mittelspannung zu Niederspannung (230 V)

Die Sekundärseite (siehe Abbildung 9.7) ist in Sternschaltung geschaltet.

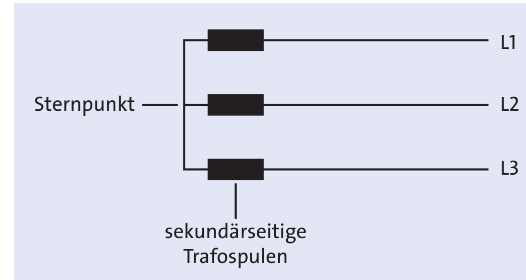

Abbildung 9.7 Schaltung der Sekundärseite

In jeder Transformatorspule auf der Sekundärseite wird eine Spannung von effektiv 230 V induziert. Zwischen den einzelnen Phasen herrscht eine Spannung von effektiv 400 V. Aufgrund dieser Spannung zwischen den Leitern können zwischen ihnen auch Ströme fließen, wenn ein Verbraucher angeschlossen wird. Die Phasen werden also nicht nur als Hin-, sondern auch als Rückleiter verwendet.

Dieses System kann nun belastet werden, d. h., es können Verbraucher an dieses Netz angeschlossen werden, wie z. B. in Abbildung 9.8.

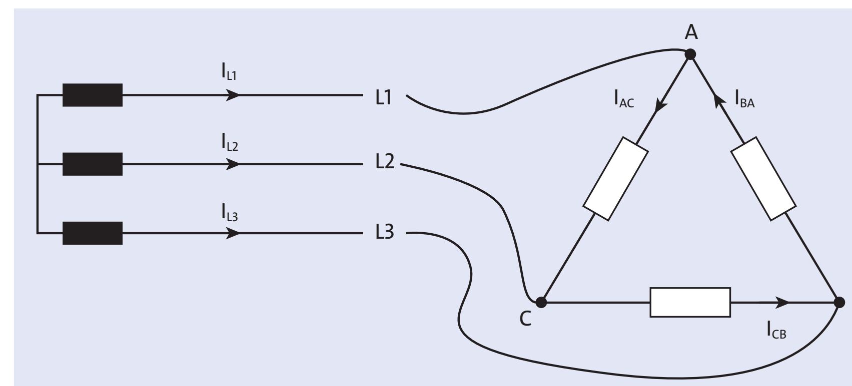

Abbildung 9.8 Ohm'sche Belastung in Dreieckschaltung

In dieser Schaltung fließen über die Widerstände nun drei Ströme, nämlich I_{AC}, I_{BA}, I_{CB}. Diese Ströme werden *Strangströme* genannt.

Die Ströme in den Leitungen I_{L1}, I_{L2}, I_{L3}, die *Leiterströme*, sind hier größer als die Strangströme, denn die Anschlusspunkte *A*, *B*, *C* stellen Knotenpunkte dar, an denen sich Ströme verzweigen. Die genaue Größe der Leiterströme I_{L1}, I_{L2} und I_{L3} hängt von den angeschlossenen Widerständen ab.

Es werden generell zwei Belastungsarten unterschieden:

- *symmetrische Belastung* – Alle Widerstände sind gleich groß.
- *unsymmetrische Belastung* – Die Widerstände sind unterschiedlich groß.

Da im Folgenden viel mit trigonometrischen Funktionen gerechnet wird, folgt zunächst eine kleine Übersicht über Winkel, Sinus und Cosinus.

Im Vollkreis (siehe Abbildung 9.9) gilt:

$\alpha = -\beta$

$\sin(\alpha) = \sin(180° - \alpha)$

$\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$

$\cos(\alpha) = -\cos(180° - \alpha)$

$\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$

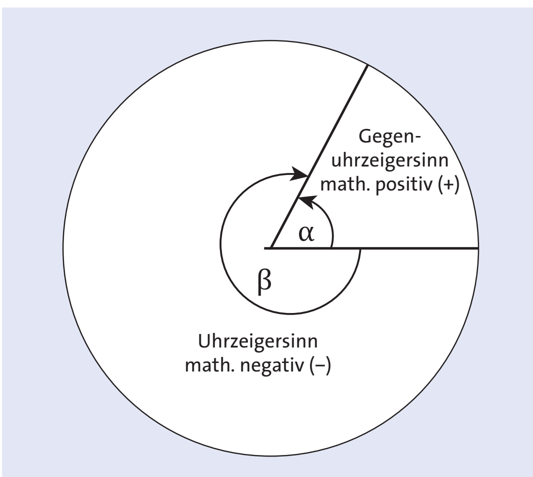

Abbildung 9.9 Winkel im Vollkreis

9.2.1 Dreieckschaltung, symmetrisch belastet

In der Dreieckschaltung sind die Widerstände jeweils zwischen *L1* und *L2*, *L2* und *L3* sowie *L3* und *L1* geschaltet. Die Spannungen, die an den Widerständen anliegen, werden *Strangspannungen* U_{str} genannt. Die *Leiterspannung* U ist die Spannung, die zwischen den Leitern anliegt, $U = 400$ V. Da die Leiterspannung direkt an den Widerständen anliegt, gilt in der Dreieckschaltung aus Abbildung 9.10:

$U = U_{str}$

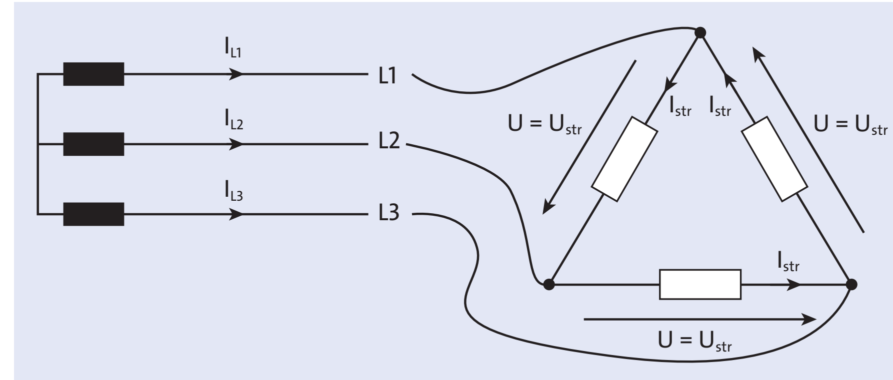

Abbildung 9.10 Symmetrische Ohm'sche Belastung in Dreieckschaltung

Da alle Spannungen und Widerstände in dieser Schaltung gleich groß sind, sind auch die Ströme alle gleich groß. Aber wie verhalten sich die Strangströme zu den Leiterströmen? Um diese Frage zu beantworten, zeichnen Sie sich ein Zeigerdiagramm der Leiterströme: Die Ströme I_{L1}, I_{L2} und I_{L3} haben aufgrund der Ohm'schen Belastung durch die Widerstände die gleiche Phasenlage wie die Spannungen auf den Leitungen *L1*, *L2* und *L3* (siehe Abbildung 9.11).

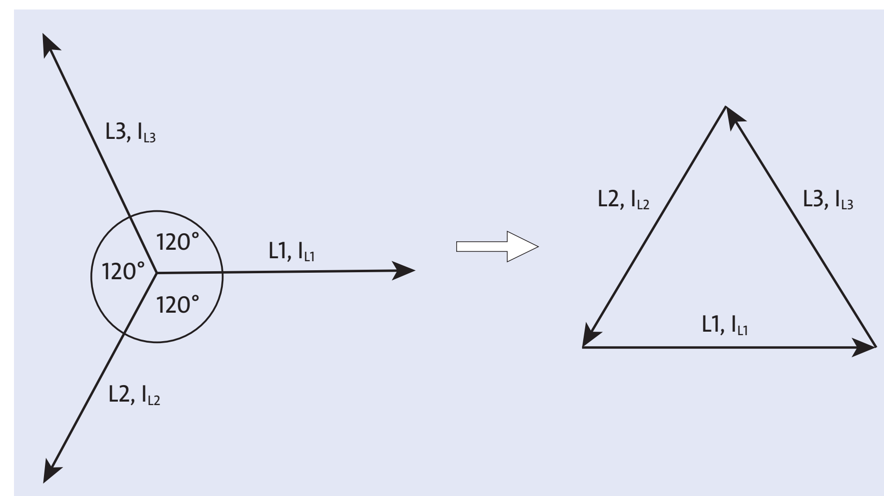

Abbildung 9.11 Phasenlage der Spannungen und Ströme der Leitungen L1, L2 und L3

Sie bilden im Zeigerdiagramm aus Abbildung 9.11 also ein gleichseitiges Dreieck. Die Leiterströme teilen sich aber in jeweils zwei Strangströme auf, die aufgrund der symmetrischen Belastung alle gleich groß sind (siehe Abbildung 9.12). Ein Leiterstrom und die jeweils abgehenden Strangströme bilden also ein gleichschenkliges Dreieck.

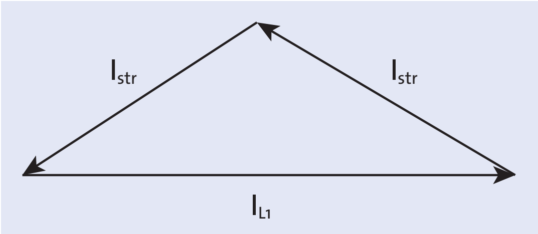

Abbildung 9.12 Die Summe der Strangströme bildet den Leiterstrom.

Insgesamt ergibt sich somit die Form aus Abbildung 9.13.

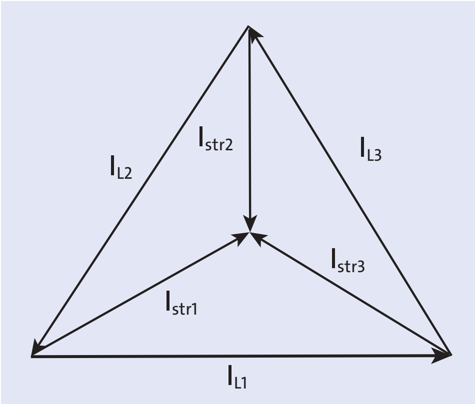

Abbildung 9.13 Zeigerdiagramm einer Dreieckschaltung mit rein Ohm'scher Belastung

Um die Ströme zu berechnen, muss der Cosinussatz helfen, da es sich um nicht rechtwinklige Dreiecke handelt. Der Cosinussatz lautet:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

Die Strangströme sind alle gleich groß, da die Belastung symmetrisch ist:

$$\begin{aligned} {I_L}^2 &= {I_{\mathrm{str}}}^2 + {I_{\mathrm{str}}}^2 - 2{I_{\mathrm{str}}}^2\cos 120° \\ &= 2{I_{\mathrm{str}}}^2 - 2{I_{\mathrm{str}}}^2\cos 120° = 2{I_{\mathrm{str}}}^2 + {I_{\mathrm{str}}}^2 = 3{I_{\mathrm{str}}}^2 \\ &\Longrightarrow I_L = \sqrt{3}I_{\mathrm{str}} \end{aligned}$$

Also gilt für die Ströme:

$$I_L = \sqrt{3}I_{\mathrm{str}}$$

Beispiel

Die Strangwiderstände eines in Dreieck geschalteten Warmwasserbereiters betragen 80 Ω. Wie groß ist der Leiterstrom? Das Schaltungsdiagramm sehen Sie in Abbildung 9.14.

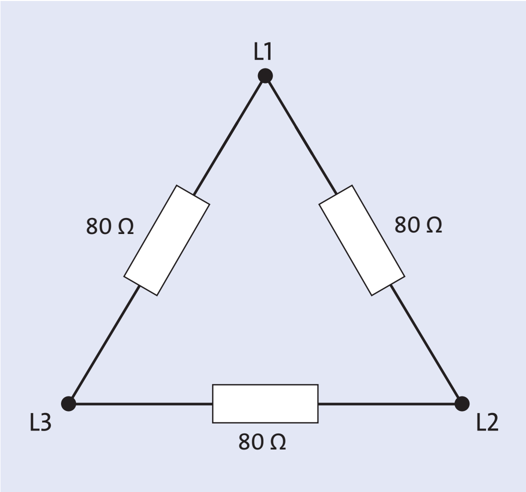

Abbildung 9.14 Symmetrische Belastung mit 80 Ω

Jeder dieser Widerstände liegt an 400 V. Die Strangströme betragen also:

$$I_{\mathrm{str}} = \frac{U}{R} = \frac{400\ \mathrm{V}}{80\ \Omega} = 5\ \mathrm{A}$$

Jeder Leiterstrom hat somit einen Wert von:

$$I_L = \sqrt{3}I_{\mathrm{str}} = \sqrt{3}\cdot 5\ \mathrm{A} = 8{,}66\ \mathrm{A}$$

Die von den Heizwiderständen abgegebene Leistung beträgt pro Strangwiderstand:

$$P_{\mathrm{str}} = I_{\mathrm{str}}U_{\mathrm{str}} = 5\ \mathrm{A}\cdot 400\ \mathrm{V} = 2000\ \mathrm{W}$$

Die Gesamtleistung P ist das Dreifache von P_{str}, da an jedem Widerstand die gleiche Leistung abgegeben wird:

$$P = 3P_{\mathrm{str}} = 3\cdot 2000\ \mathrm{W} = 6\ \mathrm{kW}$$

Die Dreieckschaltung wird hauptsächlich eingesetzt, wenn Verbraucher angeschlossen werden, von denen eine hohe Leistung gefordert wird. Das ist z. B. der Fall beim Anschluss eines Drehstrommotors. Ein Motor stellt aber keine rein Ohm'sche Last dar, da er im Wesentlichen aus Spulen besteht.

Worin unterscheidet sich nun die Belastung mit induktiven Widerständen von der Ohm'schen Belastung?

Hier ist es wichtig, dass Sie sich die Phasenlage der Spannungen und Ströme anschauen, denn induktive Lasten führen, im Gegensatz zu Ohm'schen Widerständen, zu einer Phasenverschiebung zwischen Strömen und Spannungen (siehe Kapitel 7).

An den Leitern *L1*, *L2* und *L3* liegen – gegen den Sternpunkt des Trafos gemessen – folgende Spannungen an, wobei wir annehmen, dass die Spannung an *L1* den Bezugswinkel 0° besitzt:

$$U_{L_1} = 230\ \mathrm{V} \cdot e^{\mathrm{j}\,0°} = 230\ \mathrm{V}$$

$$U_{L_2} = 230\ \mathrm{V} \cdot e^{-\mathrm{j}\,120°} = 230\ \mathrm{V}(\cos 120° - \mathrm{j} \sin 120°) = -115\ \mathrm{V} - \mathrm{j}200\ \mathrm{V}$$

$$U_{L_3} = 230\ \mathrm{V} \cdot e^{-\mathrm{j}\,240°} = 230\ \mathrm{V}(\cos 240° - \mathrm{j} \sin 240°) = -115\ \mathrm{V} + \mathrm{j}200\ \mathrm{V}$$

$U_{21,}U_{32}, U_{13}$ sind die jeweiligen Spannungen, die jeweils zwischen den Leitern gemessen werden:

$$U_{21} = U_{L_2} - U_{L_1} = -345\ \mathrm{V} - \mathrm{j}200\ \mathrm{V} = 400\ \mathrm{V} \cdot e^{\mathrm{j}\,210°}$$

$$U_{32} = U_{L_3} - U_{L_2} = \mathrm{j}400\ \mathrm{V} = 400\ \mathrm{V} \cdot e^{\mathrm{j}\,90°}$$

$$U_{13} = U_{L_1} - U_{L_3} = 345\ \mathrm{V} - \mathrm{j}200\ \mathrm{V} = 400\ \mathrm{V} \cdot e^{-\mathrm{j}\,30°}$$

Diese Spannungen sind wieder um 120° zueinander phasenverschoben.

Der Blindwiderstand X_L wird ebenfalls als komplexe Zahl aufgefasst:

$$\mathrm{j}X_L = X_L \cdot e^{\mathrm{j}\,90°}$$

Für die Strangströme gilt dann:

$$I_{\mathrm{str1}} = \frac{U \cdot e^{\mathrm{j}\,210°}}{X_L \cdot e^{\mathrm{j}\,90°}} = |I_{\mathrm{str1}}| \cdot e^{\mathrm{j}\,120°}$$

$$I_{\mathrm{str2}} = \frac{U \cdot e^{\mathrm{j}\,90°}}{X_L \cdot e^{\mathrm{j}\,90°}} = |I_{\mathrm{str2}}| \cdot e^{\mathrm{j}\,0°}$$

$$I_{\mathrm{str3}} = \frac{U \cdot e^{-\mathrm{j}\,30°}}{X_L \cdot e^{\mathrm{j}\,90°}} = |I_{\mathrm{str3}}| \cdot e^{-\mathrm{j}\,120°}$$

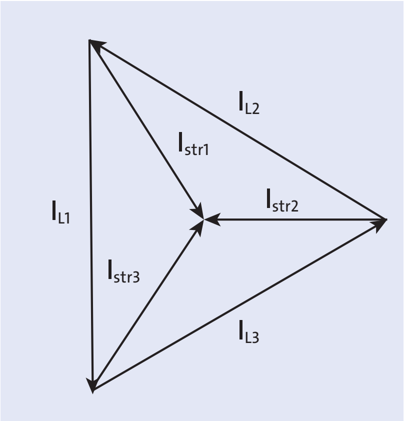

Abbildung 9.15 Zeigerdiagramm einer Dreieckschaltung mit rein induktiver Belastung

$$I_{L1} = \sqrt{3}|I_{\mathrm{str1}}| \cdot e^{-\mathrm{j}\,90°}$$

$$I_{L2} = \sqrt{3}|I_{\mathrm{str2}}| \cdot e^{-\mathrm{j}\,210°}$$

$$I_{L3} = \sqrt{3}|I_{\mathrm{str3}}| \cdot e^{\mathrm{j}\,30°}$$

Belasten Sie dieses System mit einer induktiven Last, so bleiben die Spannungen erhalten, aber die Ströme ändern ihre Phase, denn der Strom eilt der Spannung um 90° nach. Da dies aber für jeden Strom gilt, bleibt das Stromdreieck erhalten, es dreht sich nur um 90° im Uhrzeigersinn.

Bei einer kapazitiven Last (siehe Abbildung 9.16) hätten wir – im Vergleich zur Ohm'schen Last – eine Verschiebung in die Gegenrichtung um +90°.

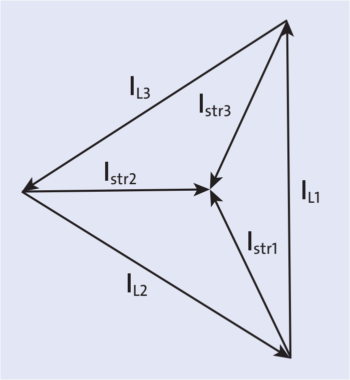

Abbildung 9.16 Zeigerdiagramm einer Dreieckschaltung mit rein kapazitiver Belastung

Wenn eine rein induktive oder kapazitive Last angeschlossen wird, dann setzt sich die Leistung nur aus den Blindleistungen Q zusammen:

$$Q = 3Q_{\text{str}} = 3UI_{\text{str}} = 3\frac{U^2}{X}$$

Solche Lasten sind in der Realität nicht zu finden; wir betrachten hier auch wieder nur ideale Lasten.

Eine reale Last, z. B. ein Motor, setzt sich aus Blind- und Wirkwiderständen zusammen, denn eine Spulenwicklung hat auch einen Ohm'schen Widerstand. Also muss in diesen Fällen der Scheinwiderstand berücksichtigt werden.

Das Ersatzschaltbild einer Motorwicklung sehen Sie in Abbildung 9.17.

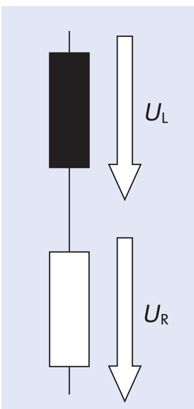

Abbildung 9.17 Ersatzschaltbild einer realen Spule

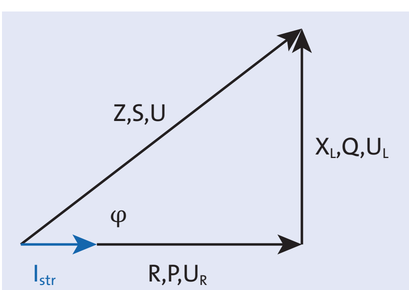

Abbildung 9.18 Spannungs-, Widerstands- und Leistungsdreieck eines Strangs mit realer induktiver Last

Die Spannung von 400 V verteilt sich auf die Spule und den Widerstand, und aufgrund der Induktivität entsteht eine Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung an der Spule. Der Strangstrom ist in Phase mit U_R, sein Betrag ergibt sich aus:

$$I_{\text{str}} = \frac{U}{Z}$$

Beispiel

Die Wicklungen eines in Dreieck geschalteten Drehstrommotors (400 V, 50 Hz) haben folgende Werte:

$$R = 100\ \Omega, L = 0{,}1\ \text{H}$$

Wie groß sind die Strangströme und die Leiterströme?

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 0{,}1\ \text{H} = 31{,}4\ \Omega$$

$$Z_{\text{str}} = \sqrt{R^2 + X_L{}^2} = \sqrt{(100\ \Omega)^2 + (31{,}4\ \Omega)^2} = 105\ \Omega$$

$$I_{\text{str}} = \frac{U}{Z_{\text{str}}} = \frac{400\ \text{V}}{105\ \Omega} = 3{,}8\ \text{A}$$

Da alle Strangströme gleich groß sind, gilt für den Gesamtstrom:

$$I = \sqrt{3}I_{\text{str}} = \sqrt{3} \cdot 3{,}8\ \text{A} = 6{,}6\ \text{A}$$

Dreieckschaltung, symmetrisch belastet

Allgemein gilt für die Berechnung einer symmetrisch belasteten Dreieckschaltung:

$$I = \sqrt{3}I_{\text{str}} \qquad [9.1]$$

$$I_{\text{str}} = \frac{U}{Z_{\text{str}}} \qquad [9.2]$$

$$P_{\text{str}} = UI_{\text{str}} \cos\varphi \qquad [9.3]$$

$$P = 3P_{\text{str}} = \sqrt{3}UI \cos\varphi \qquad [9.4]$$

$$Q = \sqrt{3}UI \sin\varphi \qquad [9.5]$$

$$S = \sqrt{3}UI \qquad [9.6]$$

Beispiel

Auf einem Drehstrommotor in Dreieckschaltung finden Sie ein Typenschild mit folgenden Angaben:

$U = 400$ V

$P = 3$ kW

$\cos\varphi = 0{,}8$

Wie groß sind die Strangströme und die Scheinleistung?

$$S = \frac{P}{\cos\varphi} = \frac{3\text{ kW}}{0{,}8} = 3{,}75\text{ kW}$$

$$\Leftrightarrow I = \frac{S}{U} = \frac{3{,}75\text{ kW}}{400\text{ V}} = 9{,}38\text{ A}$$

$$\Leftrightarrow I_{\text{str}} = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{9{,}38\text{ A}}{\sqrt{3}} = 5{,}41\text{ A}$$

9.2.2 Sternschaltung, symmetrisch belastet

Werden die Lasten in Sternform an unser Drehstromsystem angeschlossen, so können Sie den Schaltungsaufbau aus Abbildung 9.19 sehen.

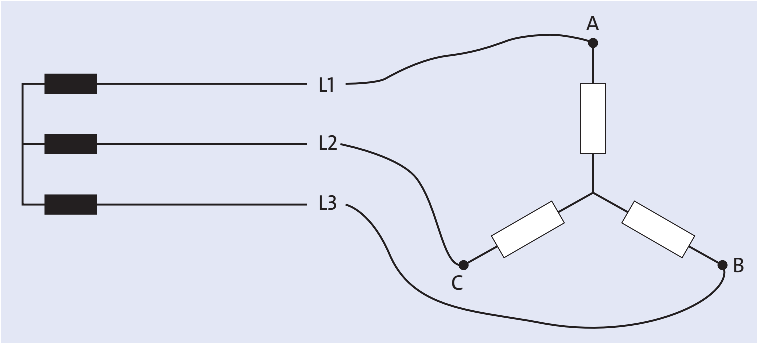

Abbildung 9.19 Sternschaltung Ohm'scher Widerstände

Nun liegen jeweils zwei Widerstände an 400 V. Das heißt gleichzeitig für die Ströme, die durch einen Strang fließen, dass sie kleiner sind als die Strangströme in der Dreieckschaltung. Für die Leistung, die in dieser Schaltung umgesetzt wird, bedeuten kleinere Ströme auch kleinere Leistungen.

Sternschaltungen werden überall dort verwendet, wo kleinere Leistungen benötigt werden. Bei einem Drehstrommotor bedeutet das zum Beispiel, dass das Drehmoment des Motors im Vergleich zur Dreieckschaltung klein ist. Je nachdem, welche Last durch den Motor bewegt werden soll, kann es sein, dass die Kraft des Sternmotors nicht ausreicht.

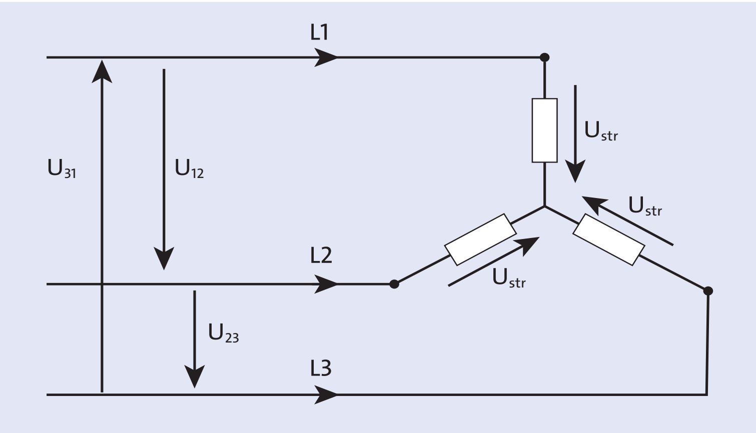

Abbildung 9.20 Spannungen einer symmetrisch belasteten Sternschaltung im Drehstromnetz

Die Strangströme entsprechen den Leiterströmen, denn es gibt hier nur drei Ströme und auch die Summe aller Ströme, die im Sternpunkt des Sterns zusammenkommen, muss gleich null sein, denn der Sternpunkt ist der Knotenpunkt der Schaltung.

Da sowohl die Leiterspannungen U_{12}, U_{23}und U_{31} als auch die Leiterströme I_1, I_2 und I_3 gleich groß sind, schreiben wir für diese Spannungen und Ströme hier nur kurz U und I.

In der Sternschaltung gilt:

$$I = I_{\text{str}}$$

$$U = \sqrt{3}U_{\text{str}}$$

Denn:

$$U^2 = {U_{\text{str}}}^2 + {U_{\text{str}}}^2 - U_{\text{str}}U_{\text{str}}\cos 120°$$

$$\Longrightarrow U = \sqrt{3}U_{\text{str}}$$

Das Zeigerdiagramm setzt sich hier aus den Spannungen zusammen, denn die Leiterspannungen teilen sich in die Strangspannungen auf. Sie setzen sich nicht wie in der Dreieckschaltung aus den Strömen zusammen, denn dort teilen sich die Leiterströme in die Strangströme auf (siehe Abbildung 9.21).

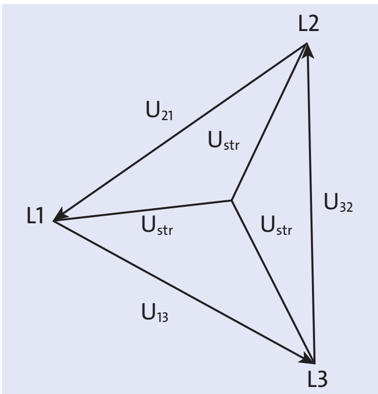

Abbildung 9.21 Zeigerdiagramm einer Sternschaltung mit symmetrischer Ohm'scher Belastung

Für die Leistungen in dieser Schaltung gilt: Je nach Verbraucherart setzt sich die Leistung aus Blind- und Wirkleistung zusammen, genauso wie bei der Dreieckschaltung.

Symmetrisch belastete Sternschaltung

[9.7] $I = I_{str}$

[9.8] $U = \sqrt{3} U_{str}$

[9.9] $U_{str} = I Z_{str}$

[9.10] $P_{str} = U_{str} I \cos\varphi$

[9.11] $P = 3P_{str} = \sqrt{3} UI \cos\varphi$

[9.12] $Q = \sqrt{3} UI \sin\varphi$

[9.13] $S = \sqrt{3} UI$

Beispiel

An einem 400-V-Drehstromnetz sind drei gleich große Heizwiderstände in einer Heizung in Stern geschaltet. Dabei fließen Strangströme von jeweils 3 A. Wie groß sind die Widerstandswerte der Heizwiderstände?

Die Strangspannung beträgt:

$$U_{str} = \frac{U}{\sqrt{3}} = 230\ \mathrm{V}$$

Da $I_{str} = I$, gilt:

$$R = \frac{U_{str}}{I_{str}} = \frac{U_{str}}{I} = \frac{230\ \mathrm{V}}{3\ \mathrm{A}} = 76{,}67\ \Omega$$

9.2.3 Allgemeine Eigenschaften von Strömen und Spannungen in Drehstromsystemen

Betrachten wir die Ströme und Spannungen in einem symmetrisch belasteten Drehstromsystem etwas genauer:

Wenn Sie die Summe aller Spannungen und Ströme betrachten, können Sie Folgendes feststellen:

$$U_{L_1} + U_{L_2} + U_{L_3} = 230\ \mathrm{V} - 115\ \mathrm{V} + \mathrm{j}200\ \mathrm{V} - 115\ \mathrm{V} - \mathrm{j}200\ \mathrm{V} = 0$$

$$U_{21} + U_{32} + U_{13} = -345\ \mathrm{V} - \mathrm{j}200\ \mathrm{V} + \mathrm{j}400\ \mathrm{V} + 345\ \mathrm{V} - \mathrm{j}200\ \mathrm{V} = 0$$

Dies gilt auch für die Ströme:

$$I_{str1} = |I_{str1}| \cdot e^{\mathrm{j}\,210°}$$
$$= |I_{str1}| \cdot (\cos(210°) + \mathrm{j}\ \sin(210°)) = |I_{str1}| \cdot (-0{,}866 - \mathrm{j}0{,}5)$$

$$I_{str2} = |I_{str2}| \cdot e^{\mathrm{j}\,90°} = |I_{str2}| \cdot (\cos(90°) + \mathrm{j}\ \sin(90°)) = \mathrm{j}|I_{str2}|$$

$$I_{str3} = |I_{str3}| \cdot e^{-\mathrm{j}\,30°}$$
$$= |I_{str3}| \cdot (\cos(-30°) + \mathrm{j}\ \sin(-30°)) = |I_{str3}| \cdot (0{,}866 - \mathrm{j}0{,}5)$$

Da die Strangströme gleich groß sind, setzen wir:

$$|I_{str}| = |I_{str1}| = |I_{str2}| = |I_{str3}|$$

$$I_{str1} + I_{str2} + I_{str3}$$
$$= |I_{str}| \cdot (\mathrm{j}1 - \mathrm{j}0{,}5 - 0{,}866 - \mathrm{j}0{,}5 + 0{,}866) = 0$$

Für die Leiterströme gilt ebenfalls:

$$I_{L2} + I_{L3} + I_{L1} = 0$$

Dreiphasenwechselstromsystem

In einem Dreiphasenwechselstromsystem mit symmetrischer Belastung ist die Summe aller Ströme und Spannungen gleich null.

Also ist bei symmetrischer Belastung kein N-Leiter als Rückleiter notwendig.

9.3 Unsymmetrische Belastung

Die meisten unserer Haushaltsgeräte werden mit 230 V betrieben. 400 V werden höchstens für den Elektroherd benötigt. Um an unseren Steckdosen eine Spannung von 230 V zu erhalten, benötigt man nun noch eine zusätzliche Leitung N, die am Sternpunkt angeschlossen wird, wie schon am Anfang des Kapitels erwähnt wurde (siehe Abbildung 9.22).

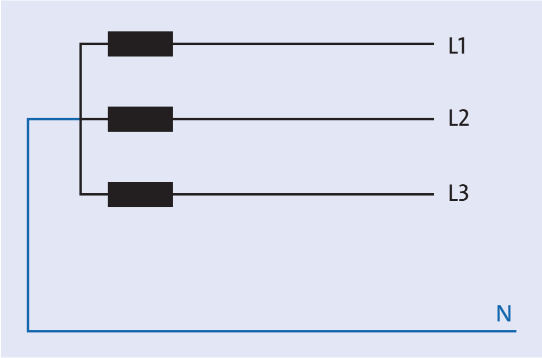

Abbildung 9.22 Vierleitersystem; der N-Leiter ist am Sternpunkt angeschlossen.

Die Spannungen zwischen *L1-N*, *L2-N* und *L3-N* betragen 230 V.

An den Steckdosen, die in einer Wohnung oder einem Haus angeschlossen sind, können also *L1-N*, *L2-N* oder *L3-N* angeschlossen sein. Bei der Planung z. B. einer Hausanlage ist der Installateur angehalten, die drei Leitungen *L1*, *L2*, *L3* so zu verteilen, dass die Belastung möglichst symmetrisch bleibt, sodass also über alle Leitungen jeweils annähernd der gleiche Strom fließt.

Das funktioniert aber wirklich nur annäherungsweise, denn der Installateur kann nicht wissen, was der Kunde an seine Steckdosen anschließt und wann. Es kommt z. B. täglich vor, dass nur der Kühlschrank läuft und alle anderen Verbraucher nicht eingeschaltet sind. Also sind die jeweiligen Leiterströme und Strangströme unterschiedlich groß.

In einer realen Anlage werden Sie also keine symmetrische Belastung vorfinden. Das hat zur Folge, dass die Summe aller Ströme nicht mehr null ist.

9.3.1 Dreieckschaltung, unsymmetrisch belastet

Ein Dreileiter-Drehstromnetz ist in Dreieckschaltung mit drei Wirkwiderständen unsymmetrisch belastet. Die Strangströme betragen: $I_{str1} = 15$ A, $I_{str2} = 25$ A, $I_{str3} = 30$ A. Um zu verstehen, was nun in diesem Netz passiert, sollten Sie sich an das Zeigerdiagramm der symmetrischen Belastung erinnern, das Sie nochmal in Abbildung 9.23 sehen.

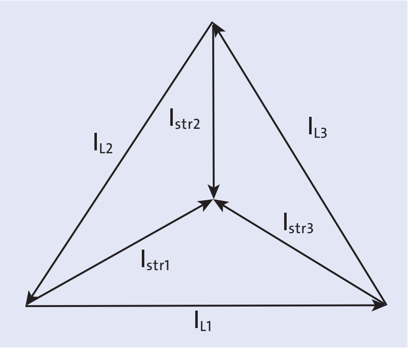

Abbildung 9.23 Ströme einer Dreieckschaltung mit symmetrischer Belastung

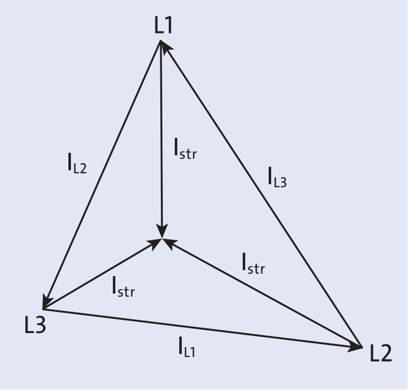

Abbildung 9.24 Ströme einer Dreieckschaltung mit unsymmetrischer Belastung

Wenn aber die Widerstände unterschiedlich große Werte haben, dann können die Ströme nicht mehr gleich groß sein. Das Zeigerdiagramm ändert seine Form. Der Betrag der Ströme hat sich verändert, aber bei rein Ohm'scher Belastung bleiben die 120°-Winkel zwischen den Strangströmen erhalten. Es zeigt sich dann eine Darstellung wie in Abbildung 9.24.

Um die Leiterströme zu berechnen, können Sie nun nicht mehr einfach $I_L = \sqrt{3} I_{\text{str}}$ annehmen, denn es ist kein gleichseitiges Dreieck mehr (siehe Abbildung 9.25).

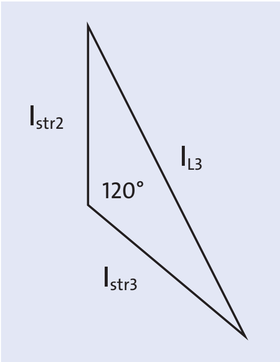

Abbildung 9.25 Die Strangströme sind unterschiedlich groß – es handelt sich nicht mehr um ein gleichschenkliges Dreieck.

$$I_{L3}{}^2 = I_{\text{str3}}{}^2 + I_{\text{str2}}{}^2 - 2 I_{\text{str3}} I_{\text{str2}} \cos 120\,°$$

$$= I_{\text{str3}}{}^2 + I_{\text{str3}}{}^2 + I_{\text{str3}} I_{\text{str2}}$$

$$\Rightarrow I_{L3} = \sqrt{I_{\text{str3}}{}^2 + I_{\text{str2}}{}^2 + I_{\text{str3}} I_{\text{str2}}}$$

Analog dazu gilt für I_{L2} und I_{L1}:

$$\Rightarrow I_{L2} = \sqrt{I_{\text{str1}}{}^2 + I_{\text{str2}}{}^2 + I_{\text{str1}} I_{\text{str2}}}$$

$$\Rightarrow I_{L1} = \sqrt{I_{\text{str1}}{}^2 + I_{\text{str2}}{}^2 + I_{\text{str1}} I_{\text{str3}}}$$

In unserem Eingangsbeispiel folgt daraus für die Ströme:

$$I_{L2} = \sqrt{(15\text{ A})^2 + (25\text{ A})^2 + 15\text{ A} \cdot 25\text{ A}} = 35\text{ A}$$

$$I_{L3} = \sqrt{(30\text{ A})^2 + (25\text{ A})^2 + 30\text{ A} \cdot 25\text{ A}} = 47{,}7\text{ A}$$

$$I_{L1} = \sqrt{(15\text{ A})^2 + (30\text{ A})^2 + 30\text{ A} \cdot 15\text{ A}} = 39{,}7\text{ A}$$

Die unsymmetrische Belastung mit ungleichartigen Lasten können Sie in einer Aufgabe berechnen.

9.3.2 Sternschaltung, unsymmetrisch belastet

Der Neutralleiter hat nicht nur die Funktion, eine Spannungsversorgung mit 230 V zu gewährleisten, sondern er hat bei einer unsymmetrischen Belastung bei Sternschaltung noch eine zusätzliche wesentliche Bedeutung.

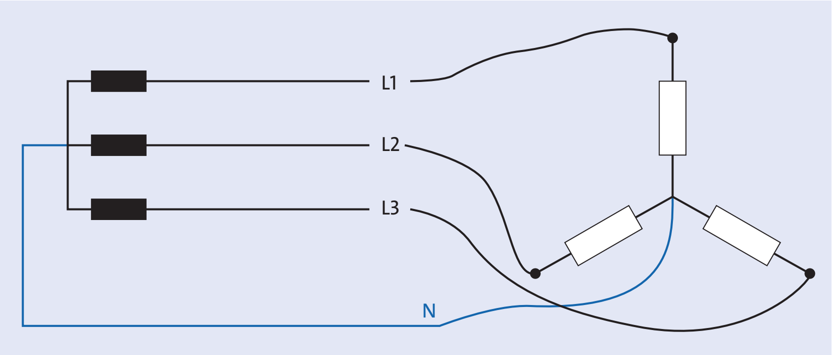

Abbildung 9.26 Anschluss einer Sternschaltung im Vierleitersystem; der N-Leiter wird an den Sternpunkt angeschlossen.

Wenn die Belastung unsymmetrisch ist, müssen bei gleicher Spannung die Strangströme unterschiedlich hoch sein. Das heißt, trotz der Phasenverschiebung um 120° ist die Summe aller Ströme nun nicht mehr null. Dieser Summenstrom wird durch den Neutralleiter abgeleitet. Die Spannungen, L gegen N gemessen, betragen alle 230 V. Somit bleibt das Spannungsdreieck auch bei unsymmetrischer Belastung erhalten (siehe Abbildung 9.27).

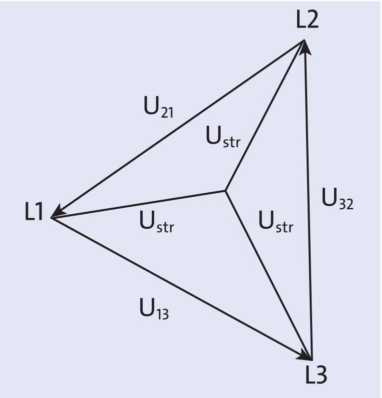

Abbildung 9.27 Zeigerdiagramm der Sternschaltung mit unsymmetrischer Ohm'scher Belastung und angeschlossenem N-Leiter

Sollte der Neutralleiter defekt sein, fließen diese Ströme über die restlichen Widerstände zurück und verschieben dadurch die Spannungsverhältnisse.

Es kommt zu einer sogenannten *Sternpunktverschiebung* wie in Abbildung 9.28.

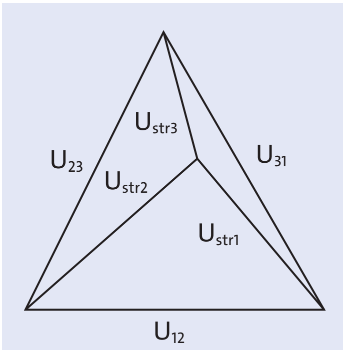

Abbildung 9.28 Zeigerdiagramm der Sternschaltung mit unsymmetrischer Ohm'scher Belastung ohne Anschluss des N-Leiters

Je nach Größe der Verschiebung liegen nun die Verbraucher in den Strängen entweder an einer zu kleinen oder einer zu großen Spannung und brennen im schlimmsten Fall durch.

Beispiel

Die Heizwiderstände $R_1 = 20\ \Omega, R_2 = 30\ \Omega, R_3 = 40\ \Omega$ liegen wie in Abbildung 9.29 in Sternschaltung an einem Vierleiter-Drehstromnetz mit 400 V und 230 V.

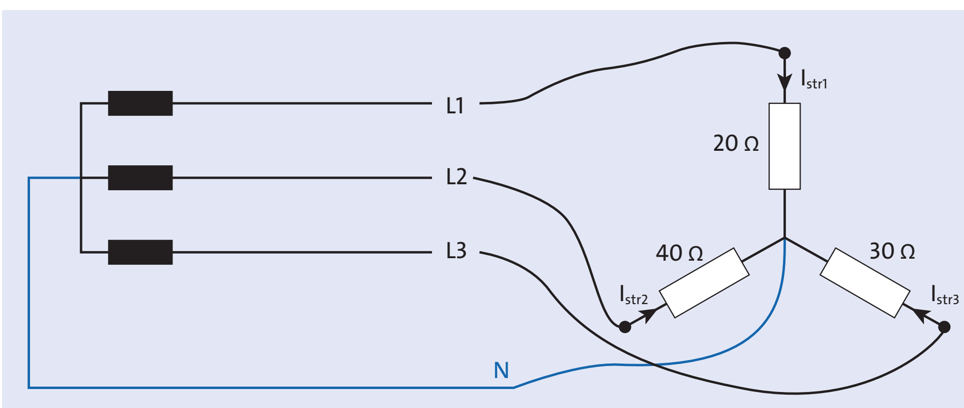

Abbildung 9.29 Sternschaltung mit unsymmetrischer Ohm'scher Belastung

Ermitteln Sie die Strangströme und den Strom im Neutralleiter.

Jeder dieser Widerstände liegt an 230 V. Somit ermitteln Sie den Betrag der Strangströme durch:

$$I = \frac{U}{R}$$

$$I_1 = \frac{230\ \text{V}}{20\ \Omega} = 11{,}5\ \text{A}$$

$$I_2 = \frac{230\ \text{V}}{30\ \Omega} = 7{,}7\ \text{A}$$

$$I_3 = \frac{230\ \text{V}}{40\ \Omega} = 5{,}75\ \text{A}$$

Da es sich um Ohm'sche Widerstände handelt, haben die Ströme die gleiche Phasenlage wie die Spannungen. Im N-Leiter addieren sich aber die Ströme, und aufgrund der unterschiedlichen Phasenlage muss die Phasenverschiebung von 120° bei der Addition berücksichtigt werden:

$$I_N = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I_1 = 11{,}5\ \text{A} \cdot e^{\text{j}\,210°} = -10\ \text{A} - \text{j}5{,}75\ \text{A}$$

$$I_2 = 7{,}7\ \text{A} \cdot e^{\text{j}\,90°} = \text{j}7{,}7\ \text{A}$$

$$I_3 = 5{,}75\ \text{A} \cdot e^{-\text{j}\,30°} = -5\ \text{A} - \text{j}2{,}875\ \text{A}$$

$$I_N = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I_N = -10\ \text{A} - 5\ \text{A} + \text{j}7{,}7\ \text{A} - \text{j}2{,}875\ \text{A} - \text{j}5{,}75\ \text{A}$$
$$= -15\ \text{A} - \text{j}0{,}925\ \text{A} = 15\ \text{A} \cdot e^{\text{j}\,3{,}5°}$$

Wird nun der N-Leiter unterbrochen, ruft dieser Strom einen Spannungsabfall an den Widerständen hervor. Dadurch verschiebt sich der Sternpunkt von N nach N' (siehe Abbildung 9.30).

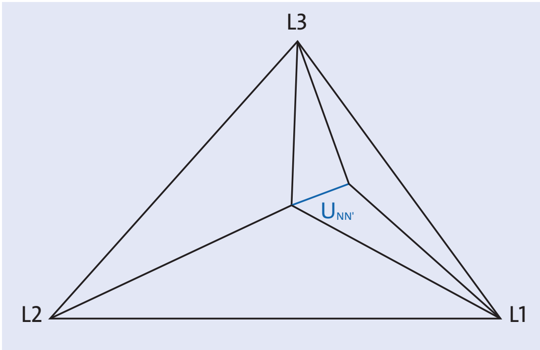

Abbildung 9.30 Sternpunktverschiebung

Die Spannung $U_{NN'}$ gibt an, wie sehr sich die Spannungen verschieben:

[9.14] $$U_{NN'} = \frac{I_1 + I_2 + I_3}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

In diesem Fall ist:

$$U_{NN'} = \frac{15\ \mathrm{A} \cdot e^{\mathrm{j}\,3{,}5°}}{\frac{1}{20\ \Omega} + \frac{1}{30\ \Omega} + \frac{1}{40\ \Omega}} = 138{,}46\ \mathrm{V} \cdot e^{\mathrm{j}\,3{,}5°} = 138{,}2\ \mathrm{V} + \mathrm{j}8{,}45\ \mathrm{V}$$

Addieren Sie nun $U_{NN'}$ zu den jeweiligen Strangspannungen, so erhalten Sie die Spannung, die bei einem Bruch des N-Leiters an den Verbrauchern anliegt:

$$U_{\mathrm{str1}} = 230\ \mathrm{V} \cdot e^{\mathrm{j}\,0°} = 230\ \mathrm{V}$$

$$U_{\mathrm{str2}} = 230\ \mathrm{V} \cdot e^{-\mathrm{j}\,120°} = -115\ \mathrm{V} - \mathrm{j}200\ \mathrm{V}$$

$$U_{\mathrm{str3}} = 230\ \mathrm{V} \cdot e^{\mathrm{j}\,120°} = -115\ \mathrm{V} + \mathrm{j}200\ \mathrm{V}$$

$$\begin{aligned} U_{R1} &= U_{\mathrm{str1}} + U_{NN'} = 230\ \mathrm{V} + 138{,}2\ \mathrm{V} + \mathrm{j}8{,}45\ \mathrm{V} \\ &= 368{,}2\ \mathrm{V} + \mathrm{j}8{,}45\ \mathrm{V} = 368{,}3\ \mathrm{V} \cdot e^{\mathrm{j}\,1{,}8°} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{R2} &= U_{\mathrm{str2}} + U_{NN'} = -115\ \mathrm{V} - \mathrm{j}200\ \mathrm{V} + 138{,}2\ \mathrm{V} + \mathrm{j}8{,}45\ \mathrm{V} \\ &= 23{,}2\ \mathrm{V} - \mathrm{j}191{,}55\ \mathrm{V} = 192{,}9\ \mathrm{V} \cdot e^{-\mathrm{j}\,83°} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{R3} &= U_{\mathrm{str3}} + U_{NN'} = -115\ \mathrm{V} + \mathrm{j}200\ \mathrm{V} + 138{,}2\ \mathrm{V} + \mathrm{j}8{,}45\ \mathrm{V} \\ &= 23{,}2\ \mathrm{V} + \mathrm{j}208{,}45\ \mathrm{V} = 209{,}7\ \mathrm{V} \cdot e^{\mathrm{j}\,83{,}6°} \end{aligned}$$

9.4 Übungen

Aufgabe 1

Drei Ohm'sche Verbraucher mit einem Widerstand von je 34,9 Ω liegen in Sternschaltung an 400 V. Der Neutralleiter ist nicht angeschlossen.

Wie groß sind der Leiterstrom und die Gesamtleistung?

Aufgabe 2

Drei in Stern geschaltete Ohm'sche Widerstände von je 60 Ω werden ans 400-V-Drehstromnetz mit N-Leiter angeschlossen.

Wie groß ist bzw. sind:

a) der Strangstrom?

b) der Strom im N-Leiter bei Ausfall eines Widerstandes?

c) die Leiterströme in *L3* und *L2*, wenn *L1* und der N-Leiter unterbrochen sind?

Aufgabe 3

Drei Heizwiderstände von je 25 Ω liegen in Dreieckschaltung am 400-V-Drehstromnetz.

Wie groß ist:

a) die Spannung, die an jedem Widerstand anliegt?

b) der Strom, der durch jeden Widerstand fließt?

c) der Strom, der durch die Leiter *L1*, *L2*, *L3* fließt?

d) der Strom, der durch die Widerstände und durch *L2* und *L3* fließt, wenn *L1* ausfällt?

e) Der Widerstand zwischen den Leitern *L1* und *L2* wird zerstört. Wie groß sind die Ströme, die durch die beiden anderen Widerstände und die Leiter *L1*, *L2* und *L3* fließen?

Aufgabe 4

Drei gleich große Kapazitäten liegen in Dreieckschaltung an 400 V, 50 Hz. Die Leiterströme betragen 20,7 A.

Wie groß sind die Strangkapazitäten?

Aufgabe 5

Drei Wirkwiderstände $R_1 = 30\ \Omega, R_2 = 40\ \Omega, R_3 = 60\ \Omega$ liegen in Sternschaltung an einem 400-V-Drehstromnetz.

Berechnen Sie:

a) die Strangströme,

b) den Strom im Neutralleiter,

c) die Verschiebungsspannung bei Ausfall des Neutralleiters und die Spannungen an den Widerständen.

Aufgabe 6

In einem Vierleiter-Drehstromnetz werden gemessen:

$I_1 = 10$ A, $\cos\varphi = 1$

$I_2 = 20$ A, $\cos\varphi = 0{,}75$ induktiv

$I_3 = 5$ A kapazitiv

Wie groß ist der Strom im Neutralleiter?

Aufgabe 7

Ein Stern-Dreieckschalter schließt drei Wirkwiderstände von je 20 Ω an ein Vierleiter-Drehstromnetz von 400 V an.

a) Welcher Leiterstrom fließt in der Sternschaltung?

b) Welcher Leiterstrom fließt in der Dreieckschaltung?

c) Welche Leistung wird in jeder Schaltung aufgenommen?

d) In welchem Verhältnis stehen die Leistungen zueinander?

Aufgabe 8

Gegeben ist das belastete Dreiphasenwechselspannungssystem mit einer Außenleiterspannung von 6 kV, 50 Hz, das Sie in Abbildung 9.31 sehen.

Gegeben sind die Lasten $Z_1 = 100\ \Omega$ und $Z_2 = 75\ \Omega + \mathrm{j}50\ \Omega$.

Wie groß muss die Last Z_3 sein, so dass auf den Nullleiter verzichtet werden kann?

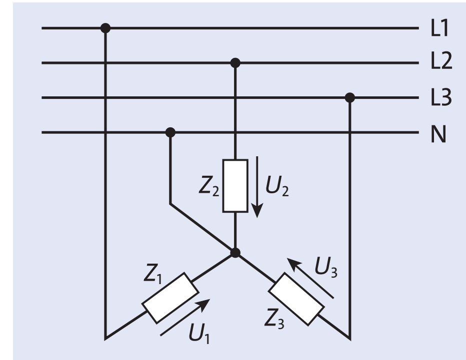

Abbildung 9.31 Skizze zu Aufgabe 8

9.5 Lösungen

Lösung 1

Gegeben sind:

400-V-Sternschaltung

$R = 34{,}9\ \Omega$

Gesucht sind:

Leiterstrom I

Leistung S

Die Strangspannung beträgt 230 V, denn

$$U_{str} = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{400\text{ V}}{\sqrt{3}} = 230\text{ V}$$

$$I = I_{str} = \frac{U_{str}}{R} = \frac{230\text{ V}}{34{,}9\ \Omega} = 6{,}6\text{ A}$$

$$S = P = 3P_{str}$$

$$P_{str} = U_{str}I = 230\text{ V} \cdot 6{,}6\text{ A} = 1{,}52\text{ kW}$$

$$P = 4{,}56\text{ kW}$$

Lösung 2

Gegeben sind:

400-V-Sternschaltung

$R = 60\ \Omega$

a) Gesucht: I_{str}

$$U_{str} = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{400\ \text{V}}{\sqrt{3}} = 230\ \text{V}$$

$$I_{str} = \frac{U_{str}}{R} = \frac{230\ \text{V}}{60\ \Omega} = 3{,}8\ \text{A}$$

b) Wenn ein Widerstand unterbrochen ist, stellt sich die Schaltung so dar wie in Abbildung 9.32.

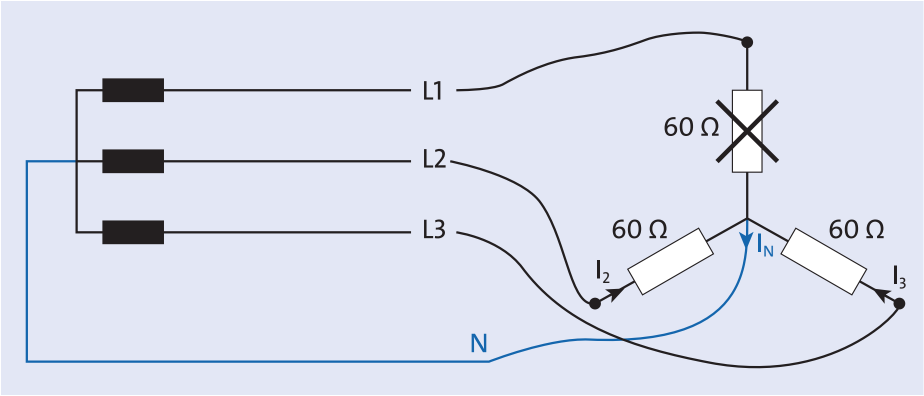

Abbildung 9.32 Ein defekter Widerstand stellt eine Unterbrechung des Stromkreises dar.

Die Schaltung reduziert sich auf eine Parallelschaltung der restlichen Widerstände:

$$I_N = I_2 + I_3 = 2 \cdot 3{,}8\ \text{A} = 7{,}6\ \text{A}$$

c) Wenn ein Widerstand und der N-Leiter unterbrochen sind, stellt sich die Schaltung so dar wie in Abbildung 9.33.

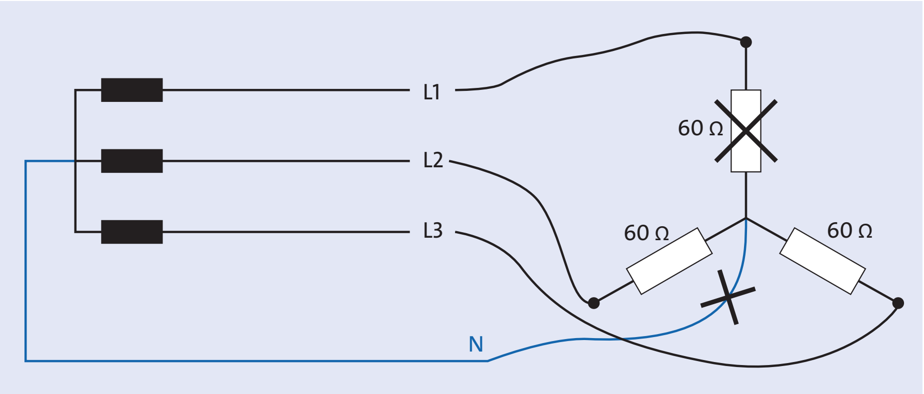

Abbildung 9.33 Ein defekter Widerstand stellt eine Unterbrechung des Stromkreises dar und der N-Leiter ist unterbrochen.

Die Widerstände sind in Reihe an 400 V angeschlossen:

$$I = \frac{U}{2 \cdot R} = \frac{400\ \text{V}}{120\ \Omega} = 3{,}3\ \text{A}$$

Lösung 3

Gegeben sind:

400-V-Dreieckschaltung

$R = 25\ \Omega$

a) Gesucht ist U_{str}:

$$U = U_{str} = 400\ \text{V}$$

b) Gesucht ist I_{str}:

$$I_{str} = \frac{U_{str}}{R} = \frac{400\ \text{V}}{25\ \Omega} = 16\ \text{A}$$

c) Gesucht sind I_{L1}, I_{L2}, I_{L3}:

Alle Strangströme sind gleich groß und somit auch die Leiterströme:

$$I_{L1} = I_{L2} = I_{L3} = I = \sqrt{3} I_{str} = \sqrt{3} \cdot 16\ \text{A} = 27{,}7\ \text{A}$$

d) Durch die Unterbrechung von *L1* stellt sich die Schaltung wie in Abbildung 9.34 dar.

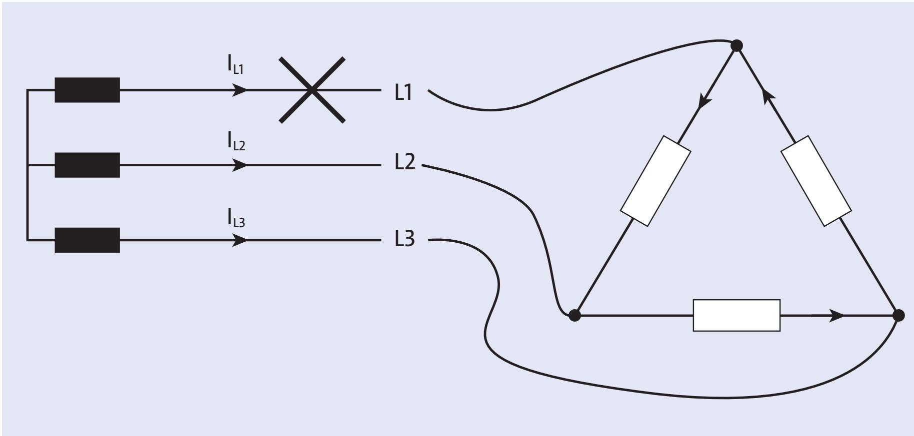

Abbildung 9.34 Unterbrechung von L1

In diesem Fall ändert sich die Schaltung zur Darstellung aus Abbildung 9.35.

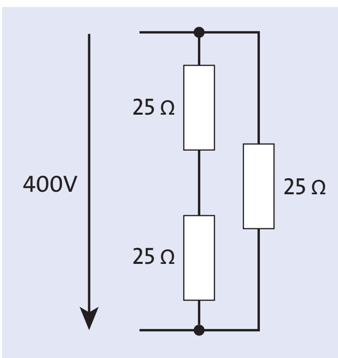

Abbildung 9.35 Ersatzschaltung zu Abbildung 9.34

$$I_{L2} = I_{L3} = \frac{U}{2 \cdot R} + \frac{U}{R}$$

$$= \frac{400\ \text{V}}{50\ \Omega} + \frac{400\ \text{V}}{25\ \Omega} = 8\ \text{A} + 16\ \text{A} = 24\ \text{A}$$

e) Wenn ein Widerstand unterbrochen ist, stellt sich die Schaltung so dar wie in Abbildung 9.36.

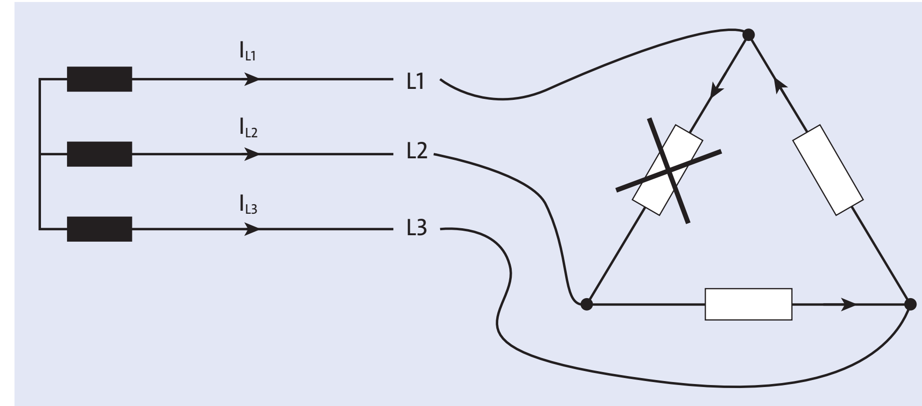

Abbildung 9.36 Ein defekter Widerstand stellt eine Unterbrechung des Stromkreises dar.

Zwischen *L2* und *L1* liegen jeweils dieselben Widerstände in der gleichen Schaltung, also gilt für die Beträge: $I_{L1} = I_{L2}$

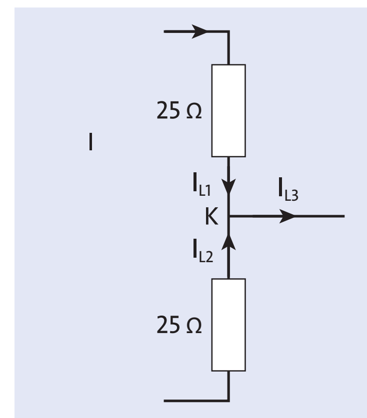

Abbildung 9.37 Ersatzschaltbild zu Aufgabe 3e)

$$I_{L1} = I_{\text{str1}} = \frac{U}{R} = \frac{400\ \text{V}}{25\ \Omega} = 16\ \text{A}$$

$$= I_{L2}$$

Die Phasenverschiebung von I_{L1} zu I_{L2} beträgt 120°. Somit ist:

$\underline{I_{L1}} = 16\ \text{A}$

$\underline{I_{L_2}} = 16\ \text{A} \cdot e^{j\,120°}$

Nach Kirchhoff ist die Summe aller Ströme im Knotenpunkt gleich null. Also gilt:

$$\underline{I_{L3}} = \underline{I_{L1}} + \underline{I_{L_2}} = 16\ \text{A} + 16\ \text{A} \cdot e^{\text{j}\,120°} = 16\ \text{A}\,(1 + \cos 120° + \text{j} \sin 120°)$$
$$= 16\ \text{A}\,(0{,}5 + \text{j}0{,}86) = 16\ \text{A} \cdot e^{\text{j}\,60°}$$

Lösung 4

Gegeben sind:

400-V-Dreieckschaltung

$I_1 = I_2 = I_3 = 20{,}7\ \text{A}$

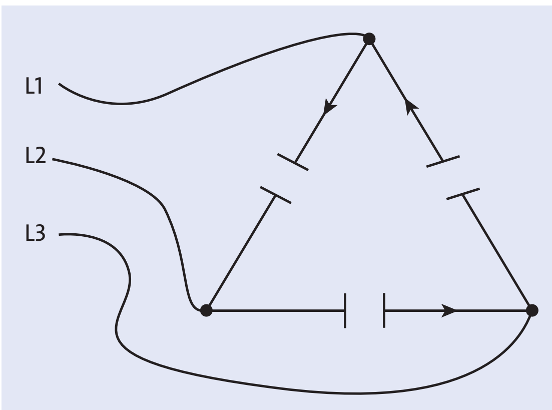

Abbildung 9.38 Symmetrische kapazitive Belastung

Gesucht ist C:

$$I_{\text{str}} = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{20{,}7\ \text{A}}{\sqrt{3}} = 11{,}95\ \text{A}$$

$$X_C = \frac{U}{I_{\text{str}}} = \frac{400\ \text{V}}{11{,}95\ \text{A}} = 33{,}4\ \Omega$$

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C}$$
$$= \frac{1}{2\pi \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 33{,}4\ \Omega} = 95\ \mu\text{F}$$

Lösung 5

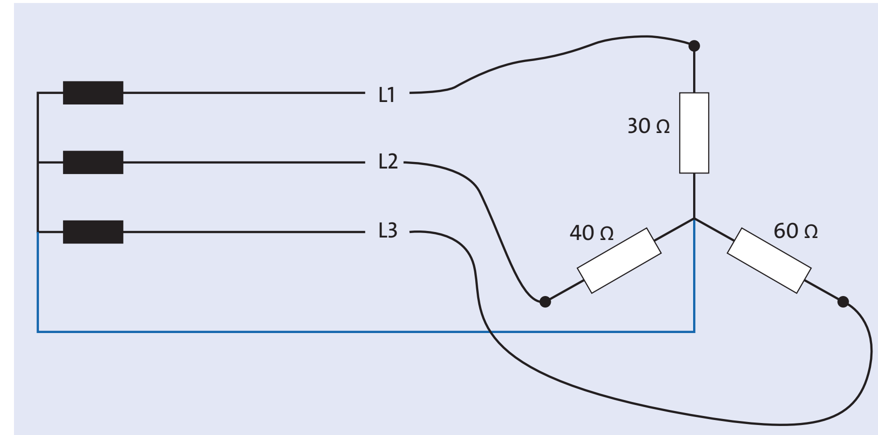

Abbildung 9.39 Unsymmetrische Ohm'sche Belastung einer Sternschaltung

a) Gesucht sind die Strangströme:

$$U_{\text{str}} = \frac{U}{\sqrt{3}} = 230\ \text{V}$$

$$\left|I_{\text{str}_1}\right| = \frac{U_{\text{str}}}{R_1} = \frac{230\ \text{V}}{30\ \Omega} = 7{,}7\ \text{A}$$

$$\left|I_{\text{str}_2}\right| = \frac{U_{\text{str}}}{R_2} = \frac{230\ \text{V}}{40\ \Omega} = 5{,}75\ \text{A}$$

$$\left|I_{\text{str}_3}\right| = \frac{U_{\text{str}}}{R_3} = \frac{230\ \text{V}}{60\ \Omega} = 3{,}8\text{A}$$

b) Gesucht ist I_N.

Alle Ströme haben eine Phasenverschiebung von 120° zueinander. Treffen Sie folgende Annahme:

$$I_{\text{str1}} = 7{,}7\ \text{A}$$

$$I_{\text{str2}} = 5{,}75\ \text{A} \cdot e^{\text{j}\,120°}$$

$$I_{\text{str3}} = 3{,}8\ \text{A} \cdot e^{-\text{j}\,120°}$$

$$I_{\text{str1}} + I_{\text{str2}} + I_{\text{str3}} = 7{,}7\ \text{A} + 5{,}75\ \text{A} \cdot e^{\text{j}\,120°} + 3{,}8\ \text{A} \cdot e^{-\text{j}\,120°}$$

$$I_{\text{str2}} = 5{,}75\ \text{A}\,(\cos 120° + \text{j} \sin 120°) = -2{,}875\ \text{A} + \text{j}4{,}98\ \text{A}$$

$$I_{\text{str3}} = 3{,}8\text{A}\,(\cos(-120°) + \text{j} \sin(-120°)) = -1{,}9\ \text{A} - \text{j}3{,}3\ \text{A}$$

$$I_{\text{str1}} + I_{\text{str2}} + I_{\text{str3}} = 7{,}7\ \text{A} - 2{,}875\ \text{A} + \text{j}4{,}98\ \text{A} - 1{,}9\ \text{A} - \text{j}3{,}3\ \text{A}$$

$$
\begin{aligned}
I_N &= 2{,}925\text{A} + \text{j}1{,}69\ \text{A} \\
&= 3{,}38\ \text{A} \cdot e^{\text{j}\,30°}
\end{aligned}
$$

c) Gesucht ist $U_{NN'}$:

$$U_{NN'} = \frac{I_1 + I_2 + I_3}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

$$
\begin{aligned}
U_{NN'} &= \frac{3{,}38\text{A} \cdot e^{\text{j}\,30°}}{\frac{1}{20\ \Omega} + \frac{1}{40\ \Omega} + \frac{1}{60\ \Omega}} \\
&= 36{,}87\ \text{V} \cdot e^{\text{j}\,30°} \\
&= 31{,}9\ \text{V} + 18{,}4\ \text{V}
\end{aligned}
$$

$$U_{\text{str1}} = 230\ V \cdot e^{\text{j}\,0°}230\ \text{V}$$

$$U_{\text{str2}} = 230\ \text{V} \cdot e^{-\text{j}\,120°} = -115\ \text{V} - \text{j}200\ \text{V}$$

$$U_{\text{str3}} = 230\ \text{V} \cdot e^{\text{j}\,120°} = -115\ \text{V} + \text{j}200\ \text{V}$$

$$
\begin{aligned}
U_{R1} &= U_{\text{str1}} + U_{NN'} = 230\ \text{V} + 31{,}9\ \text{V} + 18{,}4\ \text{V} \\
&= 261{,}9\ \text{V} + 18{,}4\ \text{V} = 262{,}5\ \text{V} \cdot e^{\text{j}\,4°}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
U_{R2} &= U_{\text{str2}} + U_{NN'} = -115\ \text{V} - \text{j}200\ \text{V} + 31{,}9\ \text{V} + 18{,}4\ \text{V} \\
&= -76{,}5\ \text{V} - 181{,}6\ \text{V} = 197{,}06\ \text{V} \cdot e^{\text{j}247{,}16°}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
U_{R3} &= U_{\text{str3}} + U_{NN'} = -115\ \text{V} + \text{j}200\ \text{V} + 31{,}9\ \text{V} + 18{,}4\ \text{V} \\
&= -76{,}5 + \text{j}218{,}4\ \text{V} = 231{,}4\ \text{V} \cdot e^{-\text{j}\,70{,}7°}
\end{aligned}
$$

Lösung 6

Gegeben waren:

$I_1 = 10$ A, $\cos\varphi = 1$

$I_2 = 20$ A, $\cos\varphi = 0{,}75$ induktiv

$I_3 = 5$ A kapazitiv

$\cos\varphi = 1$ bedeutet $\varphi = 0°$, also handelt es sich um einen Ohm'schen Verbraucher.

$\cos\varphi = 0{,}75$ induktiv $\Longrightarrow$ $\varphi = -41{,}4°$, denn es handelt sich um eine reale Spule.

$I_3 = 5$ A kapazitiv, denn es handelt sich um einen Kondensator, $\varphi = 90°$.

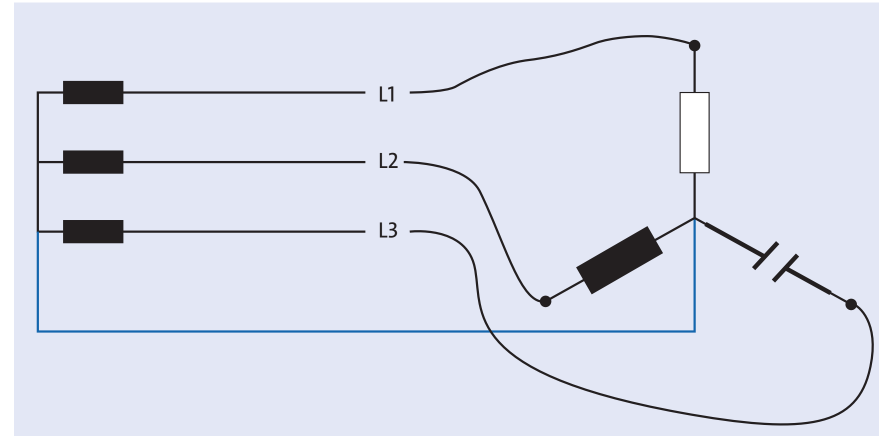

Abbildung 9.40 Sternschaltung mit gemischten Lasten

$$I_1 = 10\ \text{A}$$

$$I_2 = 20\ \text{A} \cdot e^{-\text{j}\,41{,}4°} = 15\ \text{A} - \text{j}13{,}2\ \text{A}$$

$$I_3 = 5\ \text{A} \cdot e^{\text{j}\,90°} = \text{j}5\ \text{A}$$

$$
\begin{aligned}
I_N &= I_1 + I_2 + I_3 = 10\ \text{A} + 15\ \text{A} - \text{j}13{,}2\ \text{A} + \text{j}5\ \text{A} \\
&= 25\ \text{A} - \text{j}8{,}2\ \text{A} = 26{,}31\ \text{A} \cdot e^{-\text{j}\,18{,}16°}
\end{aligned}
$$

Lösung 7

Gegeben ist $R = 20\ \Omega$.

a) Gesucht: I_L in Sternschaltung:

$$I_L = \frac{U_{\text{str}}}{R} = \frac{230\ \text{V}}{20\ \Omega} = 11{,}5\ \text{A}$$

b) Gesucht: I_L in Dreieckschaltung:

$$I_{\text{str}} = \frac{U}{R} = \frac{400\ \text{V}}{20\ \Omega} = 20\ \text{A}$$

$$I = \sqrt{3}I_{\text{str}} = 34{,}64\ \text{A}$$

c) Sternschaltung:

$$P_{\text{str}} = U_{\text{str}}I_L = 230\ \text{V} \cdot 11{,}5\ \text{A} = 2{,}645\ \text{kW}$$

$$P_s = 3P_{\text{str}} = 7{,}935\ \text{kW}$$

Dreieckschaltung:

$P_{\text{str}} = U \cdot I_{str} = 400\ \text{V} \cdot 20\text{A} = 8\ \text{kW}$

$P = 3P_{\text{str}} = 24\ \text{kW}$

d) Die Leistung in der Dreieckschaltung ist dreimal größer als die Leistung in der Sternschaltung.

Lösung 8

$Z_1 = 100\ \Omega$

$Z_2 = 75\ \Omega + \text{j}50\ \Omega = 90{,}14\ \Omega\ e^{\text{j}33{,}7°}$

Damit der auf den Nullleiter verzichtet werden kann, muss die Summe aller Strangströme gleich Null sein. Für die Strangströme gilt:

$$I_{\text{str}} = \frac{U_{\text{str}}}{Z}$$

Für die Sternschaltung gilt $U_{\text{str}} = \frac{U}{\sqrt{3}}$, die Phasenverschiebung beträgt 120°.

Die Strangspannungen betragen:

$$U_{\text{str1}} = \frac{6\ \text{kV}}{\sqrt{3}}\ e^{\text{j}0°}$$

$$U_{\text{str2}} = \frac{6\ \text{kV}}{\sqrt{3}}\ e^{-\text{j}120°}$$

$$U_{\text{str2}} = \frac{6\ \text{kV}}{\sqrt{3}}\ e^{\text{j}120°}$$

Die Strangströme betragen:

$$I_{\text{str1}} = \frac{U_{\text{str1}}}{Z_1} = \frac{\frac{6\ \text{kV}}{\sqrt{3}}\ e^{\text{j}0°}}{100\ \Omega} = 34{,}64\ \text{A}$$

$$I_{\text{str2}} = \frac{U_{\text{str2}}}{Z_2} = \frac{\frac{6\ \text{kV}}{\sqrt{3}}\ e^{-\text{j}120°}}{90{,}14\ \Omega\ e^{\text{j}33{,}7°}} = 38{,}49\ \text{A}\ e^{\text{j}33{,}7} = -34{,}51\ \text{A} - \text{j}17{,}05\ \text{A}$$

Damit die Summe aller Ströme gleich Null ist, müssen sich alle Real- und Imaginärteile gegeneinander aufheben:

$\text{Re}(I_{\text{str3}}) = \text{Re}(-I_{\text{str1}}) + \text{Re}(I_{\text{str2}}) = -34{,}64\ \text{A} + \text{j}34{,}51\ \text{A} = -0{,}13\ \text{A}$

$\text{Im}(\text{str}_3) = \text{j}17{,}05\ \text{A}$

$I_{\text{str3}} = -0{,}13\ \text{A} + \text{j}17{,}05\ \text{A} = 17{,}06\ \text{A}\ e^{-\text{j}89{,}5}$

$$Z_{\text{str3}} = \frac{U_{\text{str3}}}{I_{\text{str3}}} = \frac{\frac{6\ \text{kV}}{\sqrt{3}}\ e^{\text{j}120°}}{17{,}06\ \text{A}\ e^{-89{,}5}} = 203{,}11\ \Omega\ e^{\text{j}209{,}55} = -176\ \Omega - \text{j}100{,}17\ \Omega$$